

# Repensando la enseñanza de las matemáticas para futuros ingenieros: actualidades y desafíos

*Rethinking mathematics teaching for future engineers: News and challenges*

RODRÍGUEZ GALLEGOS Ruth

RECIBIDO: AGOSTO 21 DE 2017 | ACEPTADO PARA PUBLICACIÓN: SEPTIEMBRE 27 DE 2017

## Resumen

El presente escrito muestra la problemática de la formación de profesionales desde una visión muy particular de la matemática educativa. Esta problemática se agrava cuando se habla de una comunidad muy particular como la de ingeniería. Se sabe que actualmente se detecta la necesidad de contar con un mayor número de egresados en esta área y debido a una serie de dificultades tal necesidad no se ha podido cubrir del todo. En particular nos gustaría presentar los esfuerzos que se han tenido desde la matemática educativa, desde el enfoque de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas a través de la modelación y simulación, pero sobre todo, en estos últimos años, de la manera en que un grupo de profesores-investigadores latinoamericanos, desde diversas miradas teóricas, han decidido aportarle elementos de respuesta y propuestas educativas. Pretendemos abordarlo desde estas tres miradas: la relación matemáticas e ingeniería, la propuesta de enseñanza a través de la modelación y retos y primeras acciones a través de la colaboración entre diversas realidades latinoamericanas.

Palabras clave: INGENIERÍA, FORMACIÓN DE INGENIEROS, MODELACIÓN MATEMÁTICA, SIMULACIÓN.

Ruth Rodríguez Gallegos. Profesora-investigadora del Tecnológico de Monterrey Campus Monterrey. Es licenciada en Matemáticas por la Universidad Autónoma de Nuevo León, maestra en Educación por el Tecnológico de Monterrey y doctora en Matemáticas e Informática por la Universidad Joseph Fourier, en Grenoble, Francia. Miembro del Sistema Nacional de Investigadores (SNI), del Consejo Mexicano de Investigación Educativa (Comie), de la Comunidad Internacional de Profesores de la Modelación Matemática y Aplicaciones (ICTMA) y del Comité Latinoamericano de Matemática Educativa (Clame). Correo electrónico: ruthrdz@itesm.mx.



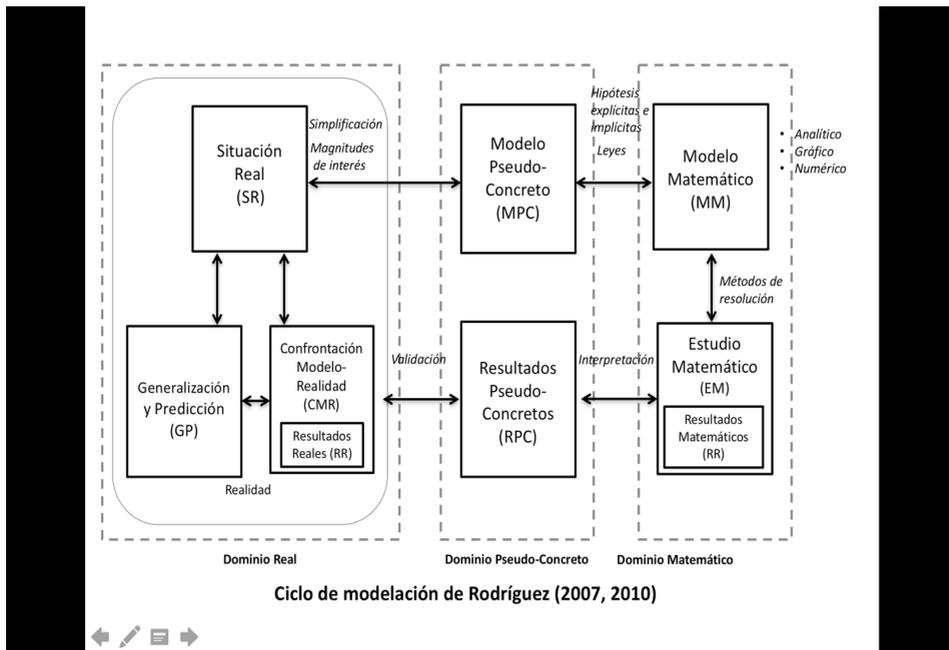
quiere un ingeniero del siglo XXI. En este sentido mencionaremos algunas iniciativas internacionales que consideramos relevantes para este punto. El trabajo de Rattan y Klingbeil (2015), realizado en la Comunidad de Ingeniería Educativa al diseñar una propuesta (curso) para la enseñanza de las matemáticas en un primer año de Ingeniería, pretende que el éxito del curso en los estudiantes de ingeniería se debe a la aplicación de una enseñanza de conceptos matemáticos “just-in-time teaching” (enseñanza justo a tiempo). Sin embargo, el autor señala la importancia de que la propuesta sea llevada a cabo por ingenieros y no por profesores de la Facultad de Ciencias (matemáticos). Creemos importante mencionar este tipo de trabajos debido a que se tienen evidencias importantes del éxito de estas propuestas, al menos en el contexto de los Estados Unidos, en el sentido de incrementar el porcentaje de estudiantes que se inscriben en carreras de ingeniería al final de su primer año en la universidad. Consecuencia, de acuerdo con los autores, de la cercanía con el aspecto funcional de la matemática más que con su aspecto formal, una cuestión que sería primordial cuando uno se enfoca en la enseñanza de las matemáticas a futuros usuarios de esta ciencia.

Sobre la situación en Europa, podemos mencionar dos trabajos, uno de Reino Unido (Bourn y Neal, 2008; Jhori, 2009) y el de la Sociedad Europea de Formación de Ingenieros (SEFI por sus siglas en francés, <https://www.sefi.be/publications/>). Por un lado, Bourn y Neal (2008) desarrollan y presentan la necesidad de trabajar en la dimensión global del ingeniero, por lo que se pone de manifiesto la importancia de desarrollar las competencias disciplinares específicas, así como aquellas relacionadas con áreas de ciencia, tecnología, ingeniería y matemáticas (STEM por sus siglas en inglés), así como habilidades denominadas genéricas, como lo son el pensamiento holístico (Bourguet, 2005), pensamiento crítico, análisis y reflexión, aprendizaje activo y aplicación práctica, autoestima y empatía, así como fuertes habilidades de comunicación y escucha. Más adelante retomaremos la discusión de la enseñanza de las matemáticas en las áreas STEM (Pedretti y Nazir, 2011; Breiner *et al.*, 2012; English, 2015 y 2016), así como la relación del enfoque de modelación de fenómenos reales y de la simulación para promover las competencias genéricas como las antes mencionadas. Es importante resaltar que estas habilidades aparecerán en documentos varios como parte de las competencias que se esperan que el ciudadano del siglo XXI posea, específicamente el futuro ingeniero.

Es importante mencionar la parte de la iniciativa de la Sociedad Europea de Formación de Ingenieros, la cual propone un documento para los países que conforman la Comunidad Europea sobre el desarrollo de las habilidades de los graduados de ingeniería (siglo XXI). En este documento se plasman las competencias que se espera desarrollen los futuros ingenieros en cuanto al aprendizaje de las matemáticas. Es importante señalar el esfuerzo conjunto de los países que conforman la Unión Europea para el establecimiento de este tipo de listas, y sobre todo la parte de enfocarse en la realización y desarrollo de ciertas habilidades, en lugar de la transmisión de conocimientos puramente conceptuales.



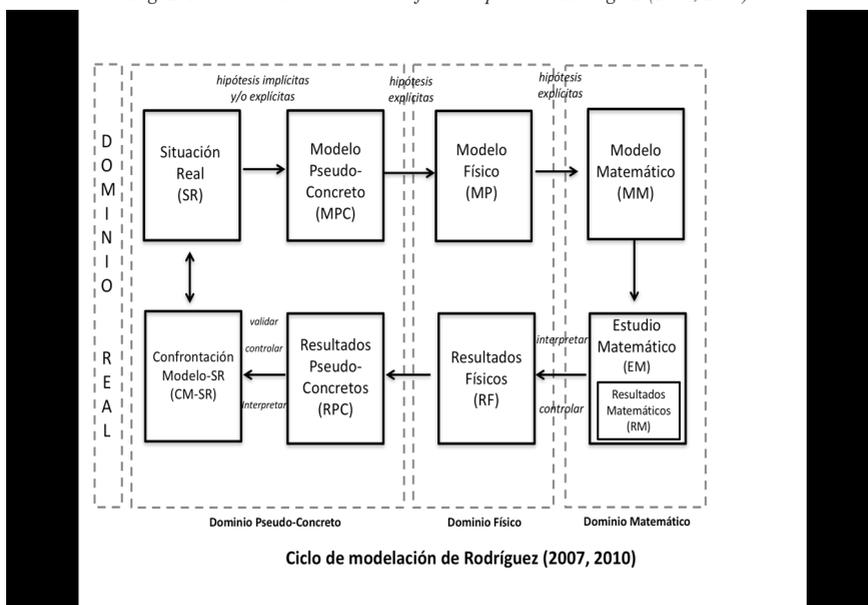
Fig. 1. Proceso de modelación a partir de Rodríguez (2007, 2010).



reconocer que en el contexto educativo usualmente se inicia a trabajar en un dominio pseudo-concreto (en el sentido de Henry, 2001, “una realidad” ya reducida) y cómo en este enfoque nos interesa modelar fenómenos extra matemáticos se decide trabajar en contextos extra matemáticos (usualmente la física, aunque igualmente pueden ser otros dominios, como química, biología, entre otros).

En un primer lugar, un curso como el que se presenta pretende mostrar a los alumnos de ingeniería un mayor enfoque balanceado entre las disciplinas STEM, así

Fig. 2. Proceso de modelación modificado a partir de Rodríguez (2007, 2010).





## LA ENSEÑANZA A TRAVÉS DE LA MODELACIÓN Y DEL USO DE TECNOLOGÍA VARIADA

En el caso del curso de ED, se ha considerado como tecnología disponible la siguiente:

- a) calculadoras graficadoras CAS (ejemplo, TI CX Nspire CAS de Texas Instruments, Rodríguez, 2012).
- b) Adicionalmente, situamos el uso de sensores (temperatura, voltaje, movimiento; ver Rodríguez 2015, Rodríguez y Quiroz, 2015) para que el alumno pueda realizar algunas prácticas experimentales dentro del aula con la finalidad de ver ejemplificado el modelo de la ED en el fenómeno real, tomar datos reales y ajustar, proponer modelo, verificar.
- c) Cuando no es posible llevarlo a la clase, se trabaja con el uso de recursos educativos abiertos (REA), como simuladores PhET de la Universidad de Colorado (Rhen *et al.*, 2013).
- d) Software de modelación como Tracker (de uso abierto; ver Olmos, 2012).
- e) Laboratorios remotos.
- f) Software de simulación dinámica como Vensim (Bourguet, 2005) o Stella (Fisher, 2011a y 2011b).
- g) Software específico para una perspectiva de teoría de control como MatLabSimulink (Smith y Campbell, 2011) o SciLab (software de uso libre).

La tecnología anteriormente descrita permite el diseño y realización de actividades donde las competencias de modelación pueden ser eventualmente desarrolladas y que se propicie un aprendizaje significativo de las ED en tanto objeto matemático, así como herramienta para modelar fenómenos varios.

### EJEMPLO DEL ESTUDIO DE CIRCUITOS ELÉCTRICOS RC Y RL A TRAVÉS DE LA SIMULACIÓN

Se han diseñado varias actividades para el curso; en particular se ha centrado la atención en el modelado de crecimiento de población, cambio de temperatura, mezclas, masa-resorte y circuitos eléctricos (Rodríguez, 2015). En particular presentamos en este escrito el modelar de la carga del capacitor en un circuito resistencia-capacitor RC. Se usa experimentación y simulación para recrear la situación y permitir que el alumno se familiarice con el fenómeno eléctrico y verifique la solución de la ED asociada al fenómeno. El objetivo es estudiar la forma en que cambia la carga  $q(t)$  en un capacitor  $C$  respecto al tiempo utilizando el sensor de voltaje. Se pide a los alumnos que a través de las representaciones gráficas y numéricas que proporciona la calculadora TI-Nspire CX CAS establezcan la “forma en que cambia la carga en el capacitor  $C$  respecto al tiempo  $t$ ”; es decir, que a través de una *situación real* puedan *comprender* la solución de la ED que subyace al fenómeno.

Posteriormente a esta práctica, en una segunda sesión se modela un circuito RL a través del simulador PhET (figura 2), tanto con corriente directa como con alterna.



Fig. 3. Representaciones de la ED de primer orden necesaria para modelar el afecto entre dos personas (sistema de ED, comportamiento periódico) y la expansión de una enfermedad de una comunidad de personas (función logística).

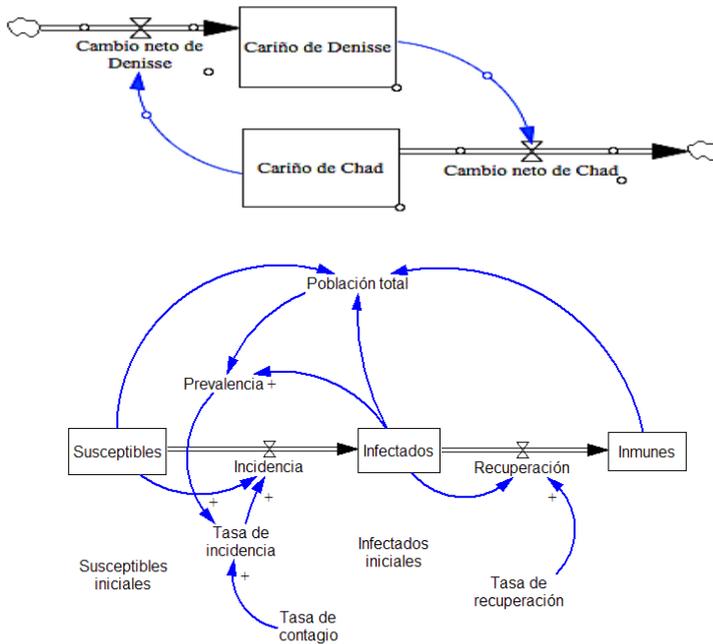
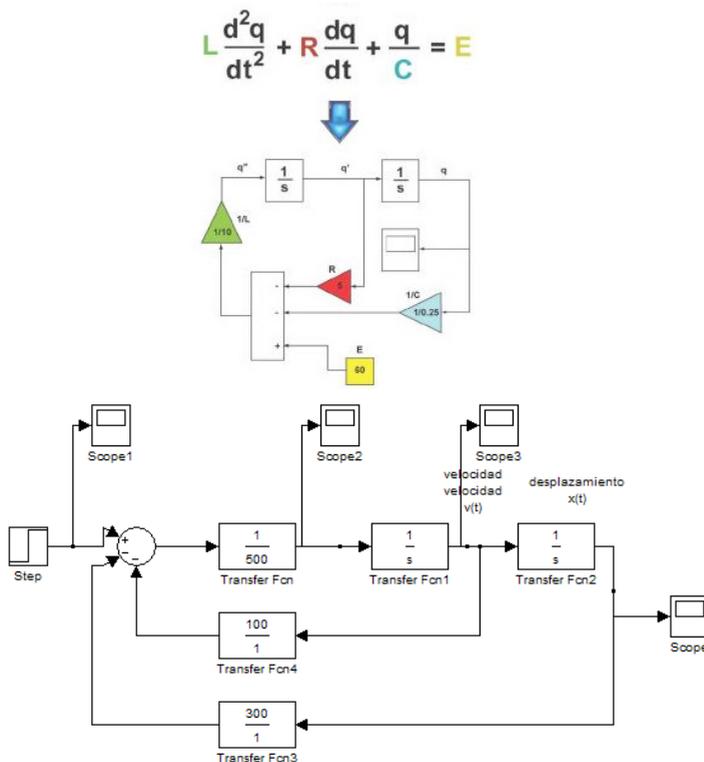


Fig. 4. Representación en MatLab/Simulink de una ED de primer orden  $RCq' + q(t) = E(t)$  para modelar un circuito RC (Smith y Campbell, 2011) y de una ED de segundo orden  $m'' + \beta x' + x(t) = F(t)$  para modelar un sistema mecánico masa-resorte.





función de buscar una alianza de áreas para el desarrollo de investigación conjunta y sobre todo la búsqueda de fondos para estos fines. En la práctica, la iniciativa STEM parece ser más la conformación de una red de colaboración donde actores clave de iniciativas de educación de la ciencia y matemáticas parecen comprometerse hacia un objetivo en común. Hoy en día, el *paraguas* de STEM está dirigido más a buscar el currículum integrado y diversas publicaciones recientes muestran casos de éxito donde esta integración ha sido fructífera. Sin embargo, Shanahan *et al.* (2016, pp. 130-131) resaltan un debate actual al respecto:

¿Es STEM un ambiente multidisciplinario donde la ciencia, la tecnología, la ingeniería y las matemáticas son vistas trabajando juntas manteniendo sus compromisos epistemológicos distintos o es STEM un espacio interdisciplinario o incluso multidisciplinario que no es ciencia ni matemáticas, pero algo que emerge entre o más allá de compromisos disciplinarios?

Justo en este artículo vemos la importancia de resaltar la segunda parte de la pregunta ya lanzada por Shanahan *et al.* (2016) en esta dirección de STEM. Es justamente la integración en STEM lo que representará todo un reto, y a pesar de que este es un tema que sigue pendiente y vigente, la literatura reciente se enfocará en avanzar más en el área STEM en esta dirección. De acuerdo con los autores, existen diversas perspectivas para abordar el tema; algunos educadores entenderán el término STEM no solo desde la visión integradora, pero enfatizando más los problemas fuera de la escuela (los problemas reales). Desde este punto de vista, desde la introducción, hemos visto la importancia del desarrollo de investigación sobre modelación matemática en la comunidad de matemática educativa.

Estudiaremos a continuación un ejemplo de una investigación que propone estudiar el fenómeno STEM desde una visión integradora. Un trabajo importante a mencionar en este sentido es el de Kelley y Knowles (2017) sobre su esfuerzo de proponer un marco teórico para la educación STEM integrada. En este marco teórico, ellos reconocen la importancia de concebir esta integración de cuatro disciplinas desde perspectiva sugerida en la figura 6.

Desde su perspectiva, la enseñanza bajo STEM es compleja, y los autores reconocen tal complejidad considerando la interacción de las diferentes variables en juego, proponiendo un sistema de poleas que permite atacar la enseñanza, fijando dos componentes como soporte para impulsar las otras. Así, la indagación científica (*science inquiry*, SI) y la cultura tecnológica (*technological literacy*, TL), permiten que la componente diseño ingenieril (*engineering design*) y pensamiento matemático (*mathematical thinking*) sean más efectivas. Es decir que bajo este modelo de poleas, el diseño ingenieril y el pensamiento matemático tienen un rol central que al interactuar con el soporte SQ + TL promueven el aprendizaje bajo el currículum STEM. En particular al respecto de la descripción que ellos proponen para esta parte resalta el hecho de que diversos “estudios han mostrado que los estudiantes están



manera integrada, dando a conocer los resultados ya reportados por otras investigaciones, además de las diversas perspectivas pedagógicas y de teoría de aprendizaje.

Sobre la importancia de las investigaciones en el área de STEM, aún hay mucho por hacer. Creemos que este es un camino que debe continuarse para analizar que se debe seguir o no en esta dirección. Es muy importante resaltar que actualmente muchos organismos que otorgan financiamiento para realizar investigaciones en estas áreas (educación de la ingeniería, de la ciencia o de la matemática educativa) dan mucha importancia en estudios con enfoque STEM.

### LA IMPORTANCIA DE LA COLABORACIÓN EN REDES

Concluimos este escrito resaltando la creación y desarrollo de un grupo de profesores-investigadores que se han organizado desde diciembre 2014 en México y desde julio 2015 en Latinoamérica, pretendiendo aportar en esta dirección, compartiendo sus propias experiencias e investigaciones en foros nacionales e internacionales. Pero sobre todo intentando responder a las siguientes preguntas igualmente planteadas por el grupo (Rodríguez *et al.*, 2015 y 2016):

- El tipo de matemáticas que debe ser enseñada y aprendida.
- La relación de las matemáticas con las ciencias de la ingeniería.
- El rol que juegan los profesionales en la transformación del conocimiento matemático hacia un saber práctico, y de qué manera ese saber práctico puede volverse al aula.
- Las formas de modelización pertinentes en esos niveles.

Se sugiere saber más del grupo en el sitio <https://www.facebook.com/fpme2014/>.

En este sentido, la producción de los miembros del grupo se puede ver reflejadas en dos artículos (Rodríguez *et al.*, 2015 y 2016) del grupo. Entre otras cuestiones, se enfatiza la necesidad de tomar en cuenta otras realidades, y para ellos enumeramos a continuación organismos o conferencias relevantes al respecto.

Incluimos también algunas referencias importantes de organismos y eventos asociados a esta temática:

- a) Cuatro organismos de acreditación:
  1. Sistema de Acreditación de Programas de Arquitectura e Ingeniería (<http://acaai.org.gt/>).
  2. Sistema de Homologación Centro Americano de Programas de Ingeniería (<http://www.csuca.org>).
  3. ABET (<http://www.abet.org/accreditation/>).
  4. CACEI en México (<http://www.cacei.org>)
- b) Cuatro congresos internacionales:
  1. Conferencia anual de la Sociedad Americana de la Educación de la Ingeniería, ASEE por sus siglas en inglés (American Society for Engineering Education; <http://www.asee.org>).



ros en México y cómo esta se trabaja en otros contextos, pero sobre todo ver cómo trabajos alineados a modelación permiten ver la riqueza de este enfoque para desarrollar competencias genéricas tan valiosas como las ya postuladas por organismos internacionales. Además, consideramos valioso ampliar el enfoque a las áreas STEM y sus avances ya reportados para poder seguir contribuyendo a la debida formación de ingenieros.

La pregunta que queda de manifiesto aquí es cómo, desde nuestra experiencia previa como profesores investigadores en matemática educativa dedicados a formar futuros ingenieros, podemos contribuir al fenómeno STEM actualmente en auge y cómo nuestros hallazgos previos en investigación aportan de manera importante al diálogo actual en el tema para así poner en relevancia el papel de las matemáticas en STEM, y mejorar paulatinamente la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas de los futuros ingenieros en México.

## REFERENCIAS

- Alerta déficit de ingenieros en Nuevo León (2017, agosto). *Zócalo*. Recuperado de <http://www.zocalo.com.mx/seccion/articulo/alerta-deficit-de-ingenieros-en-nuevo-leon>
- ARSLAN, S. (2010). Do students really understand what an ordinary differential equation is? *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology*, 41(7), 873-888. <http://dx.doi.org/10.1080/0020739X.2010.486448>
- ARTIGUE, M. (1989). Une recherche d'ingénierie didactique sur l'enseignement des équations différentielles du premier cycle universitaire. *Cahier du séminaire de Didactique des Maths et de l'Informatique de Grenoble*, édition IMAG, 183-209. Grenoble, Francia.
- ARTIGUE, M. (1992). Functions from an Algebraic and Graphic Point of View: Cognitive Difficulties and Teaching Practices. En E. Dubinsky y G. Harel (eds.), *The concept of function: Aspects of epistemology and pedagogy*, MAA notes 25. Washington, DC, Estados Unidos: MAA.
- ARTIGUE, M. (1995). La enseñanza de los principios del cálculo: problemas epistemológicos, cognitivos y didácticos. En P. Gómez (ed.), *Ingeniería didáctica en educación matemática*. México: Grupo Editorial Iberoamérica.
- ARTIGUE, M. (1996). Teaching and learning Elementary Analysis. En *Memorias del VIII Congreso Internacional de Matemática Educativa (ICME VII), Selected Lectures (15-29)*. Sevilla, España.
- BLANCHARD, P. (1994). Teaching differential equations with a dynamical systems viewpoint. *The College Mathematics Journal*, 25, 385-393.
- BLANCHARD, P., Devaney, R. y Hall, G. (2006). *Differential equations* (3a. ed.). Belmont: Cengage.
- BOURGUET, R.E. (2005). Desarrollo de pensamiento sistémico usando ecuaciones diferenciales y dinámica de sistemas. En *Reunión de intercambio de experiencias en estudios sobre educación del Tecnológico de Monterrey (RIE)*. Monterrey, Nuevo León, México. Recuperado de [http://www.mty.itesm.mx/rectoria/dda/riee/pdf-05/26\(DIA\).RafaelBourguet.pdf](http://www.mty.itesm.mx/rectoria/dda/riee/pdf-05/26(DIA).RafaelBourguet.pdf)
- BOURN, D. y NEAL, I. (2008). *The global engineer. Incorporating global skills within UK Higher Education of Engineers*. Engineers against Poverty, Leading Education and Social Research, Institute of Education, University of London.
- BLUM, W. y NISS, M. (1991). Applied mathematical problem solving, modeling, applications, and links to other subjects-State, trends and issues in mathematics instruction. *Educational Studies in Mathematics*, 22(1), 37-68.
- BLUM, W., GALBRAITH, P., HENN, H. y NISS, M. (eds.). (2007). *Modelling and applications in mathematics education. The 14th ICMI Study*. Nueva York, Estados Unidos: Springer.



- RASMUSSEN, C. y WHITEHEAD, K. (2003). *Learning and Teaching Ordinary Differential Equations*. The Mathematical Association of America (MAA). Recuperado de [http://www.maa.org/t\\_and\\_l/sampler/rs\\_7.html](http://www.maa.org/t_and_l/sampler/rs_7.html)
- REHN, D., MOORE, E., PODOLEFSKY, N. y FINKELSTEIN, N. (2013). Tools for high-tech tool use: A framework and heuristics for using interactive simulations. *Journal of Teaching and Learning with Technology*, 2(1), 31-55.
- RODRÍGUEZ, R. (2010). Aprendizaje y enseñanza de la modelación: el caso de las ecuaciones diferenciales. *Revista Latinoamericana de Matemática Educativa*, 13(4-I): 191-210. México. Recuperado de <http://www.clame.org.mx/relime.htm>
- RODRÍGUEZ, R. (2012). Modelación y uso de tecnología TI Nspire CX CAS en la enseñanza de las ecuaciones diferenciales. *Revista Innovaciones Educativas de la Texas Instruments*, (duodécima edición), 24-26. México. Recuperado de [http://education.ti.com/sites/LATINOAMERICA/downloads/pdf/Revista\\_innovaciones\\_2012\\_web.pdf](http://education.ti.com/sites/LATINOAMERICA/downloads/pdf/Revista_innovaciones_2012_web.pdf)
- RODRÍGUEZ, R. y BOURGUET, R. (2014). Diseño interdisciplinario de modelación dinámica usando ecuaciones diferenciales y simulación. *Proceedings of the LACCEI Latin American and Caribbean Conference for Engineering and Technology (LACCEI'2014) "Excellence in Engineering To Enhance a Country's Productivity" 22-24 de julio de 2014*. Guayaquil, Ecuador. Recuperado de <http://www.laccei.org/LACCEI2014-Guayaquil/RefereedPapers/RP142.pdf>
- RODRÍGUEZ, R. y BOURGUET, R. (2015). Diseño de una actividad de modelación en un curso de ecuaciones diferenciales desde una perspectiva de dinámica de sistemas. *Proceedings of the Latin American and Caribbean Consortium of Engineering Education (LACCEI 2015)*. República Dominicana. Recuperado de <http://www.laccei.org/LACCEI2015-SantoDomingo/RefereedPapers/RP232.pdf>
- RODRÍGUEZ, R. (2015). A Differential Equations Course for Engineers through Modelling and Technology. En G. Stillman, W. Blum y M.S. Biembengut (eds.), *Mathematical Modelling in Education, Research and Practice. Cultural, Social and Cognitive Influences* (pp. 545-555). Nueva York, Estados Unidos: Springer. Recuperado de <http://www.springer.com/us/book/9783319182711>
- RODRÍGUEZ, R. y QUIROZ, S. (2015). Developing Modeling Competencies through the use of technology. En G. Stillman, W. Blum y M.S. Biembengut (eds.), *Mathematical Modelling in Education, Research and Practice. Cultural, Social and Cognitive Influences* (pp. 443-452). Nueva York, Estados Unidos: Springer. Recuperado de <http://www.springer.com/us/book/9783319182711>
- ROMO-VÁZQUEZ, A. (2014). La modelización matemática en la formación de ingenieros. *Educación Matemática*, 314-338. Recuperado de <http://www.redalyc.org/pdf/405/40540854016.pdf>
- SHANAHAN, M.C., CAROL-ANN, L.E. y FRANCIS, F. (2016). Using a Boundary Object Perspective to Reconsider the Meaning of STEM in a Canadian Context. *Canadian Journal of Science, Mathematics and Technology Education*, 16(2), 129-139. <http://dx.doi.org/10.1080/14926156.2016.1166296>
- SALINAS, P. y ALANÍS, J.A. (2009). Hacia un paradigma en la enseñanza del cálculo dentro de una institución educativa. *Revista Latinoamericana de Matemática Educativa*, 12(3), 355-382. México. Recuperado de <http://www.clame.org.mx/relime.htm>
- SALINAS, P., ALANÍS, J.A. y PULIDO, R. (2011). Cálculo de una variable. Reconstrucción para su enseñanza y aprendizaje. *DIDAC*, 56-57. México, Universidad Iberoamericana.
- SMITH, C. y CAMPBELL, S. (2011). *A First Course in Differential Equations, Modeling & Simulation*. Taylor & Francis.
- TECNOLÓGICO DE MONTERREY. (2005). *Visión misión 2015* (documentos del Sistema Tecnológico de Monterrey). Recuperado de <http://www.itesm.mx/2015/recursos/2015-Vision-Mision.pdf>
- TECNOLÓGICO DE MONTERREY. (2017). *Modelo Tec 21* (documentos del Sistema Tecnológico de Monterrey).
- WILLIAMS, D. (2007). The what, why, and how of contextual teaching in a mathematics classroom. *The Mathematics Teacher*, 100(8), 572-575.