



Red de Investigadores Educativos Chihuahua A.C.
Chihuahua, México
www.rediech.org



ISSN: 2007-4336
ISSN-e: 2448-8550
http://www.rediech.org/ojs/2017/index.php/ie_rie_rediech/index

Pavel Roel Gutiérrez Sandoval
Evangelina Cervantes Holguín
Iskra Rosalía Gutiérrez Sandoval

2019

Innovación y experiencias creativas de matemática educativa en escuelas secundarias desde la pedagogía del malabarismo

IE Revista de Investigación Educativa de la REDIECH, 10(18), pp. 65-78.
https://dx.doi.org/10.33010/ie_rie_rediech.v10i18.214



Esta obra está bajo licencia internacional
Creative Commons Reconocimiento-NoComercial 4.0.
CC BY-NC 4.0

INNOVACIÓN Y EXPERIENCIAS CREATIVAS DE MATEMÁTICA EDUCATIVA EN ESCUELAS SECUNDARIAS DESDE LA PEDAGOGÍA DEL MALABARISMO

INNOVATION AND CREATIVE EXPERIENCES OF EDUCATIONAL MATHEMATICS IN SECONDARY SCHOOLS FROM THE PEDAGOGY OF JUGGLING

GUTIÉRREZ SANDOVAL Pavel Roel
CERVANTES HOLGUÍN Evangelina
GUTIÉRREZ SANDOVAL Iskra Rosalía

RECEPCIÓN: AGOSTO 1 DE 2018 | APROBADO PARA PUBLICACIÓN: NOVIEMBRE 27 DE 2018
DOI: https://dx.doi.org/10.33010/ie_rediech.v10i18.214

Resumen

El entrenamiento en malabares duró seis meses con el método Rehoruli (grupo 1) e Ingalese (grupo 2) con 47 adolescentes de secundaria y se mantuvieron dos grupos control sin entrenamiento. Ambos grupos experimentales tuvieron mejores resultados que los grupos control en la calificación final de la clase de matemáticas y en el rendimiento en tareas de rotación mental e identificación de vértices, lados y caras planas en figuras tridimensionales. Además, la aplicación Juggling Lab mejoró la identificación y ejecución de patrones numéricos observados.

Pável Roel Gutiérrez Sandoval. Profesor de tiempo completo de la Universidad Autónoma de Ciudad Juárez, Chihuahua, México. Es responsable del curso de posgrado "Taller de arte feminista: análisis y creación desde las artes escénicas contemporáneas en el Programa de Maestría en Estudios Interdisciplinarios de Género", integrado al PNPC de Conacyt. Es miembro del Sistema Nacional de Investigadores SNI-Nivel I. Es responsable de la Unidad Técnico-Experimental en Fonoaudiología, Semántica-Léxica y Didáctica Musical de la UACJ-Conacyt 2015. Además, coordina el "Diplomado de especialidad en educación musical aplicada" y el Programa de Talleres Artísticos. Correo electrónico: pavel.gutierrez@uacj.mx. ID: <http://orcid.org/0000-0003-0437-1549>.

Evangelina Cervantes Holguín. Profesora de tiempo completo de la Universidad Autónoma de Ciudad Juárez, Chihuahua, México. Está adscrita al Programa de Maestría en Investigación Educativa Aplicada perteneciente al PNPC de Conacyt. Es miembro del Sistema Nacional de Investigadores del Conacyt SNI-Nivel I, asesora de la Unidad Técnico-Experimental e Instructora del "Diplomado de especialización en educación musical aplicada". Correo electrónico: evangelina.cervantes@uacj.mx. ID: <http://orcid.org/0000-0001-6980-2210>.

Iskra Rosalía Gutiérrez Sandoval. Profesora de la Universidad Autónoma de Ciudad Juárez, Chihuahua, México. Es licenciada en artes visuales y maestra en estudios y procesos creativos en arte y diseño. Es instructora del diplomado y del Programa de Talleres Artísticos. Correo electrónico: iskra.gutierrez@gmail.com. ID: <http://orcid.org/0000-0003-3949-7774>.

de comunicación, etcétera, por lo que la educación artística y el modelo STEM no son indistintos.

Al respecto, en 2013 la Organización para la Cooperación y el Desarrollo Económicos (OCDE) encontró una relación positiva entre artes e innovación, ya que alrededor de 54 por ciento de las y los estudiantes graduados de carreras de artes se encuentran entre las y los profesionistas más propensos a tener un alto resultado innovador –desarrollo de productos, tecnología o conocimientos– cinco años después de la graduación (citado en NAAE, 2017).

Por otro lado, la enseñanza de las artes en las escuelas de enseñanza general en Rusia en el ciclo escolar 2017-2018 insiste en los contenidos de diferentes tipos y géneros de las artes, como las artes visoespaciales –incluye las bellas artes: música, danza, pintura o escultura–, aquellas de índole decorativo y aplicado –como la arquitectura o el diseño de interiores– y a través de las artes sintéticas, como el teatro, el circo o el cine. De esta manera, la educación artística rusa contribuye a la formación de la identidad cultural que garantiza la motivación por el aprendizaje de las artes, así como la formación de los cimientos de la cultura artística de las y los estudiantes como parte de su cultura espiritual común; el desarrollo de la capacidad de observancia, de empatizar, de memoria visual, de pensamiento asociativo, gusto artístico e imaginación creativa, entre otros objetivos más (Adoevtseva, 2017).

Asimismo, Kreilinger (2015) señala que la mayor innovación en la educación en Europa del Este propone seis acciones curriculares: 1) tener espacios para discutir y defender el papel obligatorio y sustantivo de las artes en cualquiera de sus manifestaciones; 2) visibilizar las condiciones y sensibilizar los beneficios que tiene el empleo de las artes en su transversalización en el proceso de enseñanza-aprendizaje a través de proyectos para aprender mediante el empleo de las artes; 3) sistematización de las orientaciones metodológicas y guías técnicas para docentes sobre las didáctica particulares de cada una de las manifestaciones artísticas que se incluyan en los programas educativos; 4) evaluar el desempeño artístico de las y los estudiantes permitiendo a ellas/os aprender sobre sus propios resultados y sobre las manifestaciones de mejor desempeño e interés; 5) unir la educación artística con el reciente interés por la educación para la diversidad mediante la asignatura arte y cultura; y, 6) emplear la aplicación tecnológica a la enseñanza de las artes y su relación con las disciplinas de la educación científica.

Siguiendo con lo anterior, la agencia Golant Media Ventures (2015) reconoce el papel de la tecnología en el futuro de la educación, considerando que aquello que se había mostrado en el cine de ciencia-ficción en el siglo XX, hoy las y los científicos e ingenieros ya llegaron allí. Las nuevas tecnologías se están utilizando dentro del proceso creativo, por ejemplo: los recorridos virtuales en museos, así como la participación interactiva entre el espectador con la obra artística presentada.

Por un lado, la innovación tecnológica en el campo digital es una demanda de los organismos financiadores y esta es importante para las fuentes de financiamiento –como son el gobierno, las empresas y las asociaciones civiles– al garantizar una mayor sostenibilidad de cada proyecto artístico. Por otro lado, el sector informal –reconocido como agrupaciones de artistas callejeros, de garaje o independientes– han estado generando las aplicaciones realmente innovadoras de la tecnología

Aprendizaje para las Matemáticas para Profesores de Bachillerato ofrecido por la SEP. En el mismo tenor, el Dr. José Efrén Marmolejo Valle con publicaciones sobre las tecnologías aplicadas a la enseñanza de las matemáticas. Así como de la Dra. Marcela Ferrari Escolá sobre los logaritmos en el discurso matemático escolar y la construcción del conocimiento matemático. Además, el trabajo de la Dra. Magdalena Rivera Abrajan sobre el estudio de las creencias, las emociones, las identidades las actitudes, los valores y la motivación de estudiantes y profesores hacia las matemáticas, su enseñanza y su aprendizaje.

Siguiendo con lo anterior, se analizan las categorías creación, artes y educación, logrando encontrar seis CA's reconocidos por Prodep con un total 19 PTC's (ocho hombres investigadores y 11 mujeres investigadoras). Entre estos, hay un CA en formación, tres CA's en consolidación y dos CA's consolidados. Los seis CA's consideran la creación como una competencia para la formación de las y los estudiantes de las artes. En términos específicos de la manifestación música, la creación está relacionada directamente con la interpretación, la improvisación, la composición y es parte de los nuevos modelos de la educación musical. Cabe mencionar que ninguno de estos seis CA's utiliza la categoría innovación educativa directamente. Destaca el CA 721 Enseñanza de las Ciencias y las Artes en Ambientes Virtuales de la Universidad de Guadalajara, con grado en consolidación, está integrado por tres mujeres investigadoras que trabajan el diseño, experimentación y evaluación de métodos, estrategias y recursos para la enseñanza de disciplinas científicas y artísticas. Del análisis del estado de la investigación que se hizo rastreando las publicaciones del CA 721 se concluye que no hay publicaciones sobre las disciplinas del modelo STEM.

EXPERIENCIAS CREATIVAS DE LA EDUCACIÓN CIRCENSE EN LA PEDAGOGÍA DEL MALABARISMO Y SU APLICACIÓN EN LAS MATEMÁTICAS EN EL CONTEXTO (INTER)NACIONAL

Las disciplinas y técnicas de la educación circense definidas por la Escuela Nacional de Circo en Francia son: 1) equilibrio estático o dinámico; 2) manipulación de malabares en el aire; 3) actividades áreas con arneses u otros accesorios; 4) actor de circo con las técnicas clown, juego teatral, danza, mimo o máscaras; y, 5) acrobacias en el suelo sin accesorios, contorsionismo o con accesorios (citado por Guzmán, Moral y Torres, 2015). Se coincide en que las artes circenses pueden ser de bajo o alto riesgo.

Este apartado analizó las experiencias creativas en el empleo de las artes circenses con referencia a la disciplina malabares y la matemática educativa. Como punto de partida se reconoce al circo como una de las artes escénicas de mayor creatividad, lo cual va acorde con las metas educativas 2021 para los países iberoamericanos, pues la enseñanza de las artes es una pieza clave de la agenda política de la próxima década al propiciar creatividad e innovación en las escuelas (Ruiz y Mota, 2009).

Por lo tanto, la enseñanza de las artes circenses se está produciendo desde múltiples metodologías y no solo dentro de las grandes compañías de circo con una enseñanza familiar como se hacía tradicionalmente. Tampoco se produce dentro de las escuelas de circo legalmente establecidas nacional o estatalmente después de la segunda mitad del siglo XX, sino que hoy algunas universidades, hospitales, programas

En este sentido, Echeverry y Audor (2013) señalan que los juegos malabares, además de definirse como una manipulación de objetos ejecutando movimientos precisos en el aire, tienen algunos aspectos matemáticos, denominados patrones de malabarismo simples o complicados. Los números son importantes para la ejecución; existe una razón de permanencia de los objetos en la mano. Cuando se tiene durante más tiempo la bola en la mano, el jugador tiene más control sobre el lugar específico en el que se lanzará la bola restante. Cuando la razón de permanencia es pequeña, es decir, el tiempo de permanencia de la bola en la mano es relativamente corto, el jugador tiene más tiempo para corregir la posición de las manos y aumenta la posibilidad de tener más objetos en el aire.

Respecto al aprendizaje de los patrones de las malabares, Engström, Leskelä y Varpanen (2013) indican que las malabares apoyan el desarrollo de la libre exploración, el descubrimiento guiado y la resolución de problemas. Además, el modelo pedagógico se basa en la enseñanza recíproca en el que las y los aprendices que ejecutan bien un determinado ejercicio lo enseñen a un compañero (favorece un modelo de coeducación).

Además, Czedli (2013) señala que entre los patrones simples están aquellos conocidos como de latido constante, que ocurren igualmente espaciados en el tiempo por semejarse al segundero del reloj. Otra característica es que las figuras de malabares son periódicas $[\infty]$, la altura del lanzamiento será medida en segundos que el objeto permanecerá en el aire, así como los segundos de reposo que el objeto permanece en las manos. Esto da como resultado la secuencia de altura en cada patrón de malabarismo.

En 1981, Paul Klimek crea en California, Estados Unidos, las notaciones transposicionales que permiten conocer los patrones de malabares posibles mediante secuencias de números que las conforman. Luego, estas fueron desarrolladas en años posteriores por el estadounidense Bruce Tiemann y por el inglés Michael Dayle. Estas notaciones transposicionales representan el orden del lanzamiento de los objetos a través del tiempo, la altura a la cual llegan y con qué mano –derecha o izquierda– se atrapan. Cada número define la cantidad de tiempo que tardará el objeto en ser nuevamente lanzado (mientras más alto sea el número, más alto será el lanzamiento). El promedio de los números del patrón debe ser un número entero para que el patrón de malabares sea válido. Por ejemplo, un patrón 441 se ejecuta con 3 objetos, ya que al sumar $4+4+1 = 9$ y esto se divide en la cantidad de dígitos que son: $9/3 = 3$ objetos. Además, al trazar una línea del tiempo de cada patrón puede conocerse si este es válido o no (Palominos *et al.*, 2018).

Al respecto, Polster (2015) señala que el matemático malabarista más antiguo que conocemos es Abū Sahl al-Qūhī de Oriente Medio, un musulmán y persa que vivió en el siglo X d.C. Antes de hacerse famoso como matemático al resolver varios problemas geométricos, hizo juegos malabares con botellas de vidrio en el mercado de la ciudad de Bagdad en Irak. Fue el primero en describir una secuencia de cadenas finitas de los números que muestran los intercambios de sitios que tienen las bolas que se lanzan durante una secuencia específica con $[1, 2, \dots, n]$ bolas utilizadas por el malabarista experto. Además, utilizaba con frecuencia las malabares como didáctica para explicar las trayectorias cónicas (círculos, elipses, parábolas e hipérbolas).

res de uno o más ciclos de transición entre figuras. Es posible aumentar el número de bolas atrapadas y luego arrojarlas al mismo tiempo, lo que se conoce como malabares múltiples. Por otro lado, si se conoce la cantidad y el orden de las bolas que serán lanzadas respecto a su tiempo-altura, entonces es posible definir matemáticamente el patrón de malabares en función a la permutación. Por ejemplo, en las malabares con tres bolas –una en la mano izquierda y dos en la mano derecha–, la única bola que cambia de posición es la lanzada por la mano izquierda hacia la mano derecha y una de las dos bolas de la mano derecha es desplazada a la mano izquierda para dar continuidad a la secuencia. Por último, la ecuación matemática según el número de lanzamientos, bolas y cruces o conexiones en un solo ciclo quedaría:

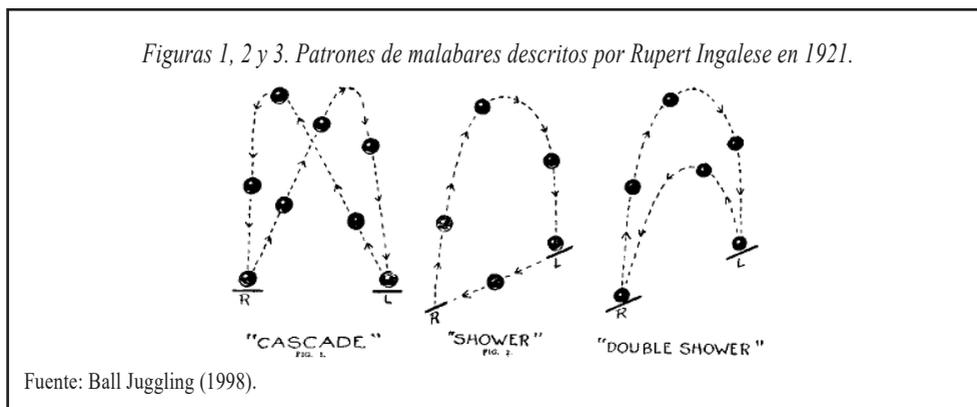
$$\left\{ \begin{matrix} n \\ k \end{matrix} \right\}_m = \frac{(-1)^k}{k!} \sum_{i=m}^k (-1)^i \binom{k}{i} (i^m)^n$$

Por lo cual los patrones de malabarismo son combinaciones de lanzamientos validados por un sistema de notación matemático llamado permutación de sitios, lo cual vincula cada objeto lanzado con el tiempo que permanece en el aire, tiempo que se mide en pulsos o segundos. Por ejemplo, un lanzamiento con un solo pulso significa que el malabarista se limita a pasar la pelota de una mano a la otra. Si la pelota es arrojada al aire, la altura que alcanza determina cuánto tarda en volver a la mano del malabarista, si son dos pulsos, tres o más. Cuantos más pulsos, más arriba hay que lanzar la bola para que se mantenga el patrón (Butler *et al.*, 2015).

Lo anterior se encuentra estrechamente vinculado con las competencias del bloque I para segundo grado de secundaria en México en tres ejes temáticos: sentido numérico y pensamiento algebraico a partir de patrones numéricos o ecuaciones; forma, espacio y medida mediante el estudio de las características de las figuras y trayectorias de objetos, así como en el manejo de información matemática mediante análisis y representación de datos y su relación con las nociones de probabilidad. En específico se trabajan los siguientes aprendizajes esperados: resolver problemas que implican el uso de las leyes de los exponentes y de la notación científica, comparar cualitativamente la probabilidad de eventos simples, explicar la diferencia entre eventos complementarios mutuamente excluyentes e independientes y representar sucesiones numéricas mediante una regla dada (SEP, 2011).

MATERIALES Y MÉTODOS

Pecora y Casey (2016) señalan que la investigación educativa de tipo experimental con población infantil implica una intervención con usuarios en entornos menos restrictivos que estén diseñados acorde a lo establecido en la intervención psicopedagógica. Se requiere de una planificación con la cantidad mayor de intervenciones efectivas y su principal desafío está en definir mejor los métodos basados en evidencia empírica, con mayores tiempos y controles durante la selección de usuarios, así como validez de las técnicas de entrenamiento implementadas.



turas: *cascade* (fig. 1), *shower* (fig. 2) y *double shower* (fig. 3), así como al modelar matemáticamente el patrón de malabares e interpretarlo gráficamente.

El grupo experimental con el método Rehoruli (grupo 1) logró estar en promedio siete puntos más arriba que el otro grupo experimental con el método de Rupert Ingaiese (grupo 2); es decir, siete aprendices más del grupo 1 –a saber 11 adolescentes contra cuatro del grupo 2– lograron desarrollar sus habilidades de disociación al poder practicar una transición entre las figuras *cascade* y *shower* sin detener las bolas.

Ambos grupos experimentales lograron al final de las sesiones de entrenamiento las acciones motrices al manipular pañuelos y pelotas en el aire: lanzar y recibir, equilibrar objetos sobre alguna parte del cuerpo, enganchar un objeto bajo presión con ayuda de otros objetos o partes del cuerpo, malabarismos de contacto, así como realizar toques o golpes precisos para proyectar los objetos y balanceos adecuados para generar las figuras correctas.

Al inicio de la investigación, y antes de los entrenamientos con las malabares con pañuelo y con pelotas, el autor aplicó pruebas individuales para cada adolescente con ítems de patrones de malabares visuales, tareas de rotación mental con símbolos a diferentes grados de rotación e identificación de vértices, lados y caras planas en figuras tridimensionales en una laptop a una muestra de 40 adolescentes (10 adolescentes por cada grupo de segundo año de la escuela secundaria). No se encontraron diferencias significativas en los resultados en promedio por grupo entre las respuestas de estos 40 adolescentes (tabla 1).

Después del entrenamiento, ambos grupos experimentales mejoraron su rendimiento respecto a la rotación mental (tabla 2), lo que permite evidenciar que las rotaciones manuales que se realizan con las malabares pueden estar relacionadas

Tabla 1. Resultados de pruebas individuales al inicio

Prueba	Grupo 1	Grupo 2	Grupo 3	Grupo 4
Identificación y ejecución de los patrones de malabares visuales.	0/10	0/10	0/10	0/10
Rotación mental de símbolos; definir si son similares o diferentes en menos de un minuto.	2/10	3/10	2/10	2/10
Identificación de vértices, lados y caras planas en figuras tridimensionales.	4/10	3/10	4/10	4/10

diantes de secundaria; exploración y enumeración de patrones malabares simples y múltiples; automatización de las secuencias malabares con apoyo de la música de circo y el manejo correcto de las acciones motrices propias de la manipulación de objetos en el aire; empleo del software de malabarismo en el diseño de nuevos modelos matemáticos que expliquen patrones de malabares complicados dentro de la aplicación Juggling Lab.

REFERENCIAS

- Adoevtseva, I. (2017). Características del área de la asignatura de enseñanza de ARTE (Música, Artes Visuales). Departamento de Educación y Ciencia de la región de Kostroma, 1-24. Rusia: Departamento de disciplinas humanitarias y artísticas y estéticas. Recuperado de: <http://www.eduportal44.ru/>
- Alcántara, A. (2012). El formador del circo social. Revista semestral para educadores y animadores sociales, 12(1), 1-9. España: Universidad Autónoma de Barcelona.
- Ayyer, A., Bouttier, J. y Corteel, S. (2015). Multivariate juggling probabilities. Department of Mathematics, Indian Institute of Science, 3(1), 1-28. India: Project Émergences Combinatoire. Recuperado de: <https://arxiv.org/pdf/1402.3752.pdf>
- Ball Juggling (1998). Juggling- Rupert Ingalese in 1921. Estados Unidos: Juggling Information Service. Recuperado de: <http://www.juggling.org/books/ingalese/chap2.html>
- Boyce, J. (2014). Juggling Lab. Aplicación para crear patrones de malabares animados. Estados Unidos: Este software es una aplicación del GNU General Public License/ Source Forge. Recuperado de: <http://jugglinglab.sourceforge.net/>
- Butler, S., Chung, F., Cummings, J. y Graham, R. (2015). Juggling card sequences. Computer Science and Engineering, 3(1), 1-29. Estados Unidos: Dept. of Computer Science and Engineering, UC San Diego. Recuperado de <https://arxiv.org/pdf/1504.01426.pdf>
- Czedli, G. (2013). On the mathematics of simple juggling patterns. Within Budapest Semester of Mathematics. Budapest Semester of Mathematics, 1-9. Estados Unidos: Conference populars. Recuperado de: <http://www.math.u-szeged.hu/~czedli/conference-talks/populars/juggling2013april19-slides.pdf>
- Echeverry, F. y Audoir, Y. (2013). La matemática en los malabares. Revista Científica, 12(1), 303-307. Colombia: Universidad del Valle. Recuperado de: <http://revistas.udistrital.edu.co/ojs/index.php/revcie/article/view/7059/8729>
- Ehlers, S. (2014). Aprender a hacer malabares con Jongloro, 1-33. Marvin Clifford (Ilustrador) y Peter Rupprecht (Traductor). Alemania: FQL Publishing. Recuperado de: http://fql-publishing.com/1---Leseprobe_JmJ_spanisch.pdf
- Engström, A., Leskelä, L. y Varpanen, H. (2013). Geometric juggling with q-analogues. Department of Mathematics and Systems Analysis, 7(1), 1-13. Finlandia: University of Jyväskylä. Recuperado de: https://www.researchgate.net/publication/257592288_Geometric_juggling_with_q-analogues
- Golant Media Ventures (2015). The adoption of digital technology in the arts. Digital Innovation Fund for the Arts in Wales, 1-33. Estados Unidos: Evidence Review. Recuperado de: https://www.nesta.org.uk/sites/default/files/difaw_gmv_e.pdf
- Guerrero, J. (2017). Percepción del campo profesional en educación física. Revista educación y ciencia, 48(6), 23-45. México: Consejo nacional de investigación. Recuperado de: <http://www.comie.org.mx/congreso/memoriaelectronica/v09/ponencias/at06/PRE1177999880.pdf>

