

Conexiones matemáticas promovidas en los planes y programas de estudio mexicanos de nivel secundaria y media superior sobre el concepto de ecuación cuadrática

Mathematical connections promoted in Mexican middle school and high school level study plans and programs about the concept of quadratic equation

Javier García-García
Magali Edaena Hernández-Yañez
Martha Iris Rivera López

RESUMEN

Esta investigación plantea como objetivo identificar las conexiones matemáticas promovidas en los planes y programas de estudio mexicanos de nivel secundaria y medio superior sobre el concepto ecuación cuadrática. Las conexiones matemáticas son aquellas relaciones entre dos o más ideas, conceptos, definiciones, teoremas, procedimientos, representaciones o significados entre sí, con los de otras disciplinas o con situaciones del mundo real. Estas son fundamentales para conceptualizar la propia disciplina, en los procesos de enseñanza-aprendizaje y en los estándares de evaluación. La investigación es cualitativa y utiliza el método análisis de contenido para analizar los documentos oficiales seleccionados. Los resultados indicaron que las conexiones matemáticas promovidas en estos documentos oficiales son de tipo procedimental, característica, representaciones diferentes, modelado, significado y parte-todo. Finalmente, se plantean algunas ideas sobre futuras investigaciones en la línea de conexiones matemáticas.

Palabras clave: Conexiones matemáticas, ecuación cuadrática, programas de estudio, análisis de contenido.

ABSTRACT

The aim of this research is to identify the mathematical connections promoted in Mexican middle school and high school level study plans and programs about the quadratic equation concept. Mathematical connections are those relationships between two or more ideas, concepts, definitions, theorems, procedures, representations, or meanings with each other, with those and other disciplines, or with real-world situations. These are fundamental to conceptualize the discipline itself, in the teaching-learning processes and assessment standards. This research is qualitative and content analysis method was used for analyzing the selected official documents. Results indicated that the mathematical connections types promoted in these official documents are procedural, feature, different representations, modeling, meaning and part-whole. Finally, some ideas about future research with the mathematical connections approach are raised.

Keywords: Mathematical connections, quadratic equation, curricula, content analysis.

INTRODUCCIÓN

El álgebra se enfoca en las reglas de la aritmética que involucran los axiomas de campo y el manejo formal de símbolos abstractos con respecto a la resolución de ecuaciones (Carragher y Schliemann, 2014; Hausberger, 2020). Por su parte, el álgebra escolar permea en los niveles de secundaria y bachillerato (con estudiantes de entre 12 y 18 años), centrando la enseñanza-aprendizaje sobre objetos matemáticos y las relaciones estructurales entre ellos, en la representación de problemas verbales con expresiones algebraicas y ecuaciones que se resuelven mediante propiedades axiomáticas y de equivalencia (Kieran, 2018).

En ese sentido, la ecuación cuadrática es uno de los conceptos importantes en los planes y programas de estudio (Didis y Erbas, 2015; Güner, 2017), debido a que su comprensión es fundamental para estudios avanzados en la matemática escolar, además de su conexión con otros temas y otras disciplinas como la ingeniería, la física y el diseño. Este concepto desafía a muchos estudiantes por su gran utilidad para resolver diversos problemas y modelar situaciones de la vida real (Didis y Erbas, 2015; López et al., 2016). Sin embargo, el desempeño de los estudiantes con respecto al dominio de las ecuaciones cuadráticas es deficiente e incluso después de la instrucción no aumenta significativamente (Vaiyavutjamai y Clements, 2006). De acuerdo con Güner (2017), esto se debe a que regularmente la enseñanza de las matemáticas se centra solo en reglas y fórmulas para obtener respuestas correctas. Por esta razón, estudiantes tanto de secundaria como de bachillerato tienen dificultades para entender este concepto y/o las reglas que se usan para resolverlas (López et al., 2016). Por ejemplo, dificultad en el dominio de procedimientos algebraicos, no reconocer a la incógnita como una de las características primordiales, así como la falta de significado del concepto (Didis y Erbas, 2015).

Javier García-García. Profesor-investigador de la Facultad de Matemáticas de la Universidad Autónoma de Guerrero, México. Es Doctor en Ciencias con especialidad en Matemática Educativa por la UAGro. Es miembro del Sistema Nacional de Investigadores, Nivel 1, e impacta en diversos programas educativos de la misma universidad. Actualmente trabaja en la línea de conexiones matemáticas y su incorporación al aula para la mejora de la comprensión, de la cual han derivado diversos artículos científicos, entre estos se encuentra “Exploring preuniversity students’ mathematical connections when solving Calculus application problems” (2021). Correo electrónico: jagarcia@uagro.mx. ID: <https://orcid.org/0000-0003-4487-5303>.

Magali Edaena Hernández-Yañez. Universidad Autónoma de Guerrero, México. Es Maestra en Docencia de la Matemática por la Universidad Autónoma de Guerrero. Ha participado como ponente en eventos académicos como el Taller Internacional Tendencias en la Educación Matemática Basada en la Investigación, el Congreso Nacional de Matemáticas y Escuela de Invierno en Matemática Educativa, por mencionar algunos. Actualmente trabaja la línea de investigación de conexiones matemáticas. Correo electrónico: mehernandez@uagro.mx. ID: <https://orcid.org/0000-0003-1599-3706>.

Martha Iris Rivera López. Profesora-investigadora de la Facultad de Matemáticas de la Universidad Autónoma de Guerrero, México. Es Doctora con especialidad en Matemática Educativa, profesora del nivel básico y superior. Tiene el reconocimiento del Sistema Nacional de Investigadores. Entre sus publicaciones recientes se encuentran artículos de investigación centrados en el estudio de las preconcepciones del concepto de pendiente y conexiones matemáticas. Correo electrónico: irivera@uagro.mx. ID: <https://orcid.org/0000-0001-5597-0758>.

Es común encontrar en el aula que al trabajar con ecuaciones cuadráticas se enseña a resolverlas utilizando primordialmente el método de factorización, seguido de la fórmula general, y con poca frecuencia el de completar el trinomio cuadrado perfecto (Didis, 2018; Güner, 2017; McCarthy, 2020). De ahí que se prioriza la manipulación algebraica, dejando de lado los métodos gráficos y geométricos. Cada uno de estos métodos tiene sus propias ventajas y desventajas cuando se trata de enseñar, aprender y aplicar. Al respecto, Didis y Erbas (2015) identificaron que al resolver ecuaciones cuadráticas frecuentemente se cometen errores como hacer suposiciones falsas de factores, emplear mal la diferencia de cuadrados o las técnicas de factor común, intentar factorizar algunas ecuaciones cuadráticas que no son factorizables, aplicar inadecuadamente la fórmula general y el método de completar el trinomio cuadrado perfecto, entre otros.

Por su parte, Kotsopoulos (2007) considera que los estudiantes necesitan desarrollar conocimientos procedimentales y conceptuales a través de diversas experiencias de aprendizaje, pero de manera integrada. Esto significa que establecer conexiones matemáticas entre la aritmética y el álgebra forma parte de la columna vertebral de importantes entendimientos matemáticos (Steketee y Scher, 2016). Esto implica que es importante que los alumnos establezcan conexiones entre las diversas representaciones y los problemas verbales relacionados con la ecuación cuadrática (Didis y Erbas, 2015), a fin de lograr una mejora en su entendimiento.

Esta preocupación identificada en la literatura especializada también se reconoce en los planes y programas de estudio de matemáticas de diversos países, México incluido, puesto que se acepta y recomienda establecer conexiones matemáticas en el aula (García-García, 2018, 2019; Karakoç y Alacacý, 2015). Esto favorece, por un lado, la integración del conocimiento y la interdisciplinariedad, útiles para la resolución de problemas de aplicación y no-matemáticos, y, por otro lado, la comprensión matemática (García-García, 2019). Asimismo, se puede lograr la motivación, el interés y un cambio de actitud de los estudiantes permitiéndoles desarrollar la habilidad de razonamiento matemático, la resolución de problemas y el aprendizaje conceptual (Karakoç y Alacacý, 2015). Por ello, en los cursos de matemáticas es fundamental que los estudiantes adquieran la habilidad de hacer conexiones matemáticas (Bingölbali y Coskun, 2016).

Por las razones esgrimidas, en esta investigación se propuso responder a la pregunta “¿Qué conexiones matemáticas se promueven en los planes y programas de estudio mexicanos de nivel secundaria y medio superior sobre el concepto ecuación cuadrática?”. Se asume en el escrito que responder esta pregunta es importante y pertinente por las siguientes razones: (1) las conexiones matemáticas, de acuerdo con la literatura especializada, son una demanda en el currículo de diversos países, pero hace falta identificar cuáles realmente se promueven; (2) las conexiones matemáticas

están en la agenda de la investigación internacional en nuestro campo, la matemática educativa; (3) identificar aquellas que son promovidas en los planes y programas de estudio permitirá en el corto plazo explicar algunas conexiones matemáticas que los profesores en servicio promueven en el aula y las que son probables de ser desarrolladas por los estudiantes al resolver tareas matemáticas; (4) mostrará un panorama del tratamiento que se propone en los planes y programas de estudio acerca del concepto y así plantear algunas implicaciones para la enseñanza-aprendizaje en un estudio posterior o para el aula, y finalmente, (5) esta investigación tiene aportes teóricos en la línea de conexiones matemáticas, pues extiende el uso del marco de referencia propuesto en García-García (2019) y en García-García y Dolores-Flores (2018, 2021a, 2021b) al análisis de documentos oficiales.

MARCO CONCEPTUAL

Los elementos teóricos que sustentan este trabajo son: el constructo conexiones matemáticas (García-García, 2018; García-García y Dolores-Flores, 2018, 2021a, 2021b) y una adaptación del marco de referencia para estudiar conexiones matemáticas propuesto en García-García (2019) y García-García y Dolores-Flores (2018, 2021a, 2021b). Estos se explican enseguida.

Conexiones matemáticas: ¿qué son?

Las conexiones matemáticas, según Businskas (2008), se conciben en dos sentidos: como aquellas relaciones sobre la base de las cuales está estructurada la matemática y son independientes del estudiante y, por otro lado, como las relaciones a través de las cuales los procesos del pensamiento construyen la matemática. Evitts (2004) coincide con esta última idea, plantea que el conocimiento conectado se puede describir en términos de su construcción personal y significado, la multiplicidad de vínculos entre los conceptos y procedimientos. De esta manera, los conceptos quedan constituidos por una red de definiciones y de propiedades que los relacionan (De Gamboa y Figueiras, 2014), que pueden utilizarse para vincular los temas matemáticos o bien como una relación causal, lógica o de interdependencia entre dos entidades matemáticas.

De acuerdo con la literatura, se pueden hacer conexiones matemáticas con el mundo real, con los conocimientos previos, con los contextos familiares dentro y fuera de la escuela, con diversos temas matemáticos, así como con otras disciplinas (Begg, 2001; NTCM, 2014; Presmeg, 2006). O, como lo sugiere Garbín (2005), las conexiones matemáticas permiten identificar y establecer relaciones entre los problemas en cuanto a lenguaje matemático y registro de representación semiótica se refiere, reconocer los contextos (conceptual y global) de los problemas, dando lugar a respuestas coherentes asociadas a estos. Por esta razón, hacer conexiones matemá-

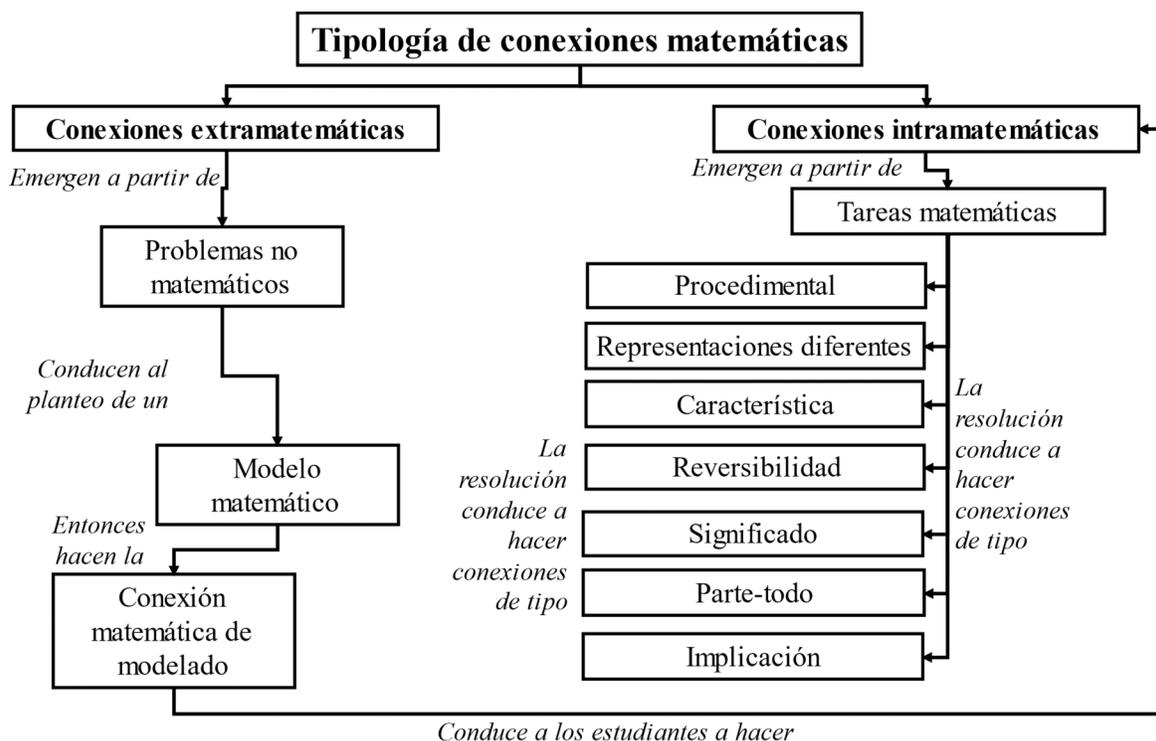
ticas es una meta frecuentemente establecida en el currículo (Evitts, 2004; Özgen, 2013; Steketee y Scher, 2016).

Para efectos de esta investigación se asume que las *conexiones matemáticas* son aquellas relaciones que se establecen entre dos o más ideas, conceptos, definiciones, teoremas, procedimientos, representaciones o significados entre sí, con los de otras disciplinas o con situaciones del mundo real (García-García y Dolores-Flores, 2018). Creemos que esta acepción considera la esencia de las conexiones matemáticas y es útil para analizar documentos oficiales como los planes y programas de estudio.

Un marco de referencia para estudiar conexiones matemáticas

Dentro de la literatura se identificaron algunos marcos de referencia para estudiar conexiones matemáticas tanto en la práctica del profesor como en la resolución de tareas que desarrollan los estudiantes en los distintos niveles educativos (Businskas, 2008; Eli et al., 2011; Evitts, 2004; García-García, 2019; García-García y Dolores-Flores, 2018, 2021a, 2021b). En este sentido, se reconoce que las conexiones matemáticas se pueden clasificar en dos grandes grupos (Figura 1): intramatemáticas –estas se establecen entre conceptos, procedimientos, teoremas y representaciones matemáticas entre sí– y extramatemáticas –que establecen una relación entre un concepto o modelo

Figura 1
 Clasificación de las conexiones matemáticas



Fuente: Adaptado de García (2018).

matemático con un problema en contexto (no matemático) o viceversa—. Incluyen las relaciones entre conceptos matemáticos con otras disciplinas y con situaciones de la vida real (Dolores-Flores y García-García, 2017).

Por la orientación de este trabajo, se hizo una adaptación de las tipologías de conexiones matemáticas que se reportan en García-García (2019) y García-García y Dolores-Flores (2018, 2021a, 2021b), ya que estas fueron obtenidas con estudiantes al resolver tareas matemáticas. De esta manera, se extiende el uso del marco de referencia reportado en esas investigaciones al análisis del currículo. Por ello, contemplando el objetivo del estudio, el modelo para estudiar conexiones matemáticas se compone de las siguientes tipologías:

1. Procedimental (P): es cuando en el plan y programa de estudio se presenta o sugiere el uso de reglas, algoritmos o fórmulas que se establecen de forma predeterminada dentro de un registro semiótico, para llegar al resultado de una tarea que involucre el concepto de ecuación cuadrática.
2. Representaciones diferentes (RD): se identifican dos tipos: representaciones alternas y representaciones equivalentes. Las primeras son cuando en los planes y programas de estudio se declara que los estudiantes trabajen un mismo concepto matemático utilizando el tránsito entre diferentes representaciones (algebraica-geométrica, algebraica-gráfica, etc.). Las segundas aparecen cuando se promueve la transformación de una representación a otra dentro de un mismo registro (por ejemplo, algebraica-algebraica).
3. Característica (C): se considera cuando en los planes y programas de estudio se mencionan características invariantes o propiedades de los conceptos matemáticos que el estudiante debe adquirir asociadas a la ecuación cuadrática.
4. Reversibilidad (R): aparece cuando en los planes y programas de estudio se perciben relaciones bidireccionales entre los conceptos matemáticos.
5. Significado (S): emerge cuando en los planes y programas de estudio se declara que el estudiante debe atribuirle un sentido a un concepto matemático en cuanto a lo que es para él (que lo hace diferente al otro) y lo que representa; se puede incluir cuando se pide que el estudiante construya la definición del concepto “ecuación cuadrática”.
6. Parte-todo (PT): se manifiesta cuando en los planes y programas de estudio se declaran relaciones lógicas entre los conceptos matemáticos, sean de generalización, es decir entre casos generales y particulares, o de inclusión, esto es, cuando un concepto matemático está contenido en otro.
7. Modelado (M): se caracteriza cuando en los planes y programas de estudio se promueve que los estudiantes construyan un modelo matemático para dar solución a un problema de la vida real.

METODOLOGÍA

Esta investigación es cualitativa y emplea el análisis de contenido (Bardin, 1997) como método para identificar las conexiones matemáticas promovidas en los planes y programas de estudio de educación secundaria y media superior. De acuerdo con Bardin (1997), este método tiene la finalidad de identificar y explicar las representaciones cognoscitivas que otorgan sentido al relato comunicativo, el cual es recibido, producido y comprendido por actores que compatibilizan la estructura de este con otras estructuras existentes en la sociedad y con informaciones retenidas de manera individualizada.

El método de análisis de contenido consta de tres fases: *preanálisis*; *exploración de materiales y tratamiento de resultados: la inferencia y la interpretación*. En la primera fase se eligen los documentos a analizar y se hace la formulación de objetivos; en la segunda son seleccionadas las unidades de análisis para codificar y categorizar el contenido, y en la tercera la interpretación debe ir más allá del contenido que manifiestan los documentos mediante inferencias sobre los objetivos establecidos e incluso sobre otros descubrimientos inesperados (Bardin, 1997). Para los propósitos de esta investigación, estas fases se cumplieron de la siguiente forma:

Fase de preanálisis

Los documentos elegidos a revisar fueron los planes y programas de estudio oficiales de nivel secundaria y medio superior (Bachillerato Tecnológico, Bachillerato General y de la Universidad Autónoma de Guerrero [UAGro]). Estos se obtuvieron de los sitios web de la Secretaría de Educación Pública y por medio de las instituciones. Para iniciar el análisis, se localizó en qué parte de la unidad de aprendizaje se ubicaba el concepto de “ecuación cuadrática”, lo cual permitió focalizar el análisis. Las unidades de contexto para el plan y programa de estudio de nivel secundaria fueron: los propósitos, los aprendizajes esperados y las orientaciones didácticas. La estructura de los programas de estudio para el nivel medio superior difiere en cuanto a la denominación de los apartados que lo componen, sin embargo, todos están relacionados. De esta manera, para el bachillerato tecnológico las unidades de contexto fueron: el eje, el componente, el contenido central, contenido específico, el aprendizaje esperado y producto esperado; para el bachillerato general fueron: los propósitos del bloque, conocimientos, habilidades, actitudes y aprendizajes esperados, y para el programa de estudio de la UAGro: los propósitos generales de la unidad de aprendizaje, proceso de construcción de aprendizaje, propósitos, competencias disciplinares y atributos de competencias (conceptuales y procedimentales).

Fase de exploración de materiales

Por el objetivo del estudio, las unidades de análisis fueron las tipologías de conexiones matemáticas descritas en el marco conceptual. De esta manera, la exploración y codificación del contenido en los programas de estudio consistió en buscar proposiciones donde se estableciera una relación entre un concepto A y un concepto B, es decir, donde se identificara el uso o la sugerencia de establecer una o más conexiones matemáticas.

Para eliminar el sesgo de un único investigador, ganar confiabilidad y validez en el análisis de los datos, se hizo triangulación entre investigadores (Aguilar y Barroso, 2015). Para ello, individualmente los investigadores de este estudio analizaron y codificaron los contenidos asociados a la ecuación cuadrática. Para registrar sus resultados, cada investigador utilizó una tabla integrada por tres columnas en la que figuraban: los extractos de los contenidos, las frases o fragmentos que permitieron codificar y, por último, el código correspondiente a las conexiones matemáticas identificadas.

Fase de tratamiento de resultados: inferencia e interpretación

En esta fase cada investigador presentó la codificación realizada para cada programa de estudio y en sesiones de trabajo fueron contrastándose hasta llegar a un consenso de las tipologías de conexiones identificadas. Cuando había discrepancia en la codificación se leían de nuevo los extractos de los apartados que eran foco de análisis y se ofrecían argumentos a fin de reconocer la tipología(s) de conexiones matemáticas que estuvieran presentes. Finalmente, se realizó una tabla para cada programa de estudio, que muestra y permite describir los hallazgos encontrados (Tabla 1).

RESULTADOS

El análisis de los documentos oficiales seleccionados (planes y programas de estudio de nivel secundaria y bachillerato), utilizando el marco de referencia descrito en el marco conceptual, permitió identificar una variedad de conexiones matemáticas. Esa variabilidad tiene que ver con el nivel educativo y el subsistema del bachillerato. Cabe mencionar que en algunos casos un mismo extracto puede contener más de una tipología de conexión matemática. Estos resultados se exponen en tablas que contienen extractos del programa de estudio y las conexiones matemáticas identificadas.

Conexiones matemáticas en secundaria

De acuerdo con el plan y programa de estudio de matemáticas del nivel secundaria, el estudio de la ecuación cuadrática se propone hasta el tercer año. Al analizar el programa se pudo observar que el contenido matemático está detallado. Las conexiones matemáticas identificadas fueron: *procedimental*, *característica*, *representaciones diferentes*, *modelado*, *parte-todo* y *significado*, como se muestra en la Tabla 1.

Tabla 1

Conexiones matemáticas en el plan y programa de estudio de secundaria

Extracto	Conexiones matemáticas identificadas
1. Resuelve problemas mediante la formulación y solución algebraica de ecuaciones cuadráticas	RD P
2. Diferencia las expresiones algebraicas de las funciones y de las ecuaciones	C
3. Se busca que en situaciones sencillas (como expresiones cuadráticas con coeficientes enteros que se factorizan como producto de binomios lineales de una incógnita) los alumnos sepan que se puede recurrir a la factorización o, en cualquier caso, a la fórmula general. En cuanto a esta última, se espera que ellos la usen, no que la deduzcan. Ofrecerles oportunidades de comparar varias formas de resolver un problema concreto o ecuaciones específicas, con el fin de que decidan cuál es la más eficaz y por qué	P PT C
4. Además de la ventaja que representa la generalidad de la fórmula, por poderse aplicar en cualquier caso de manera algorítmica, su uso permite, a partir del análisis del signo del discriminante ($b^2 - 4ac$), conocer el tipo de solución de la ecuación cuadrática (dos soluciones distintas, solo una o ninguna en los racionales e irracionales). En la medida en que los alumnos aprecien estas ventajas, el aprendizaje de este aspecto les resultará significativo	P C S
5. Durante el estudio de los métodos de solución se debe hacer explícita la articulación entre el uso de la gráfica y las aproximaciones numéricas con la representación algebraica de la ecuación	RD P PT C
6. Representa una oportunidad para conectar las ecuaciones con los problemas en los que las literales se encuentran en relación funcional, mediante representación gráfica de la expresión $y = ax^2 + b$ y su relación con la búsqueda de la solución de la ecuación $ax^2 + b = 0$. En este caso se recomienda que se discuta con los alumnos esta relación y su utilidad, tanto respecto a las posibles intersecciones con el eje de las abscisas como para encontrar el vértice de la gráfica que representa el máximo o el mínimo de la relación funcional, y su interpretación en términos de problemas específicos. Es deseable que, para concluir el estudio de este contenido, los alumnos modelen (representen) algebraicamente una situación de variación cuadrática, se planteen preguntas en ese contexto que generen ecuaciones de las que deba encontrarse la solución	C P RD S M

Fuente: Construcción personal basada en la Secretaría de Educación Pública (SEP, 2017a, 2017b).

La conexión matemática de tipo *representaciones diferentes* se identificó cuando en el programa de estudio se establece que el estudiante debe conocer el concepto de ecuación cuadrática en sus diferentes representaciones y llegar a la solución o a la interpretación de esta a través de diferentes formas. En este sentido, en el extracto 1 se espera que el estudiante pase del lenguaje verbal dado en la oración del problema al algebraico para darle solución al mismo; que exprese este concepto con el producto de monomios o binomios según sea el caso. En el extracto 5 se espera que el estudiante comprenda que las soluciones de una ecuación cuadrática las puede observar en las intersecciones de una parábola con el eje x ; analice la pertinencia de la solución numérica en el contexto y, al igual que en el extracto 6, debe transitar del registro numérico al registro verbal.

La *conexión procedimental* permite al estudiante tener mayor habilidad para llevar a cabo las técnicas y métodos para la resolución de problemas con una ecuación cuadrática. Los extractos 1, 3 y 4 plantean trabajar con la factorización y la fórmula general. En el caso de los extractos 5 y 6 se pide el análisis de gráficas en distintos casos, es decir, usan la gráfica como medio para resolver la ecuación cuadrática; relacionan la gráfica con la solución de la ecuación, donde la tabulación permite registrar los valores numéricos a través de la expresión algebraica necesarios para el trazo de la gráfica.

La conexión matemática *característica* permite identificar ciertas propiedades o características que pertenecen a objetos matemáticos, en este caso al concepto de ecuación cuadrática, y con ello se puede diferenciar de otros conceptos. De esta manera, en este nivel se espera que el estudiante pueda distinguir una ecuación cuadrática de una función cuadrática (extracto 2). Además, el uso del discriminante permite distinguir el tipo de soluciones de una ecuación cuadrática, por ello, es importante que el estudiante pueda identificar las características de las raíces por medio de este. Es decir, saber que si $b^2 - 4ac > 0$, la raíz cuadrada es un número real y se generan dos raíces distintas; si $b^2 - 4ac < 0$, la raíz cuadrada es imaginaria, lo que lleva a dos raíces complejas, y si $b^2 - 4ac = 0$, ambas raíces son iguales, por lo que la ecuación solo tiene una raíz real de multiplicidad 2. De esta manera se percatará de que existen dos soluciones que satisfacen a una ecuación cuadrática.

Cuando se hacen generalizaciones entre casos particulares y generales o cuando un concepto matemático está contenido en otro (inclusión), se está haciendo alusión a la conexión matemática *parte-todo*. En el extracto 3 esta conexión matemática trata dos aspectos relacionados con la ecuación cuadrática; por un lado, el estudiante debe reconocer los parámetros a , b y c para utilizarlos en la fórmula general, haciendo referencia a la generalización. Por otro lado, el extracto 5 determina articular los puntos coordenados con la gráfica, entendiendo esto como inclusión. Ahora bien, el estudiante le atribuye un *significado* a la ecuación cuadrática cuando crea una definición para este concepto y percibe lo que representa. El extracto 4 señala que el uso del discriminante genera que los estudiantes adquieran un significado de este, y el extracto 6 establece que el estudiante exprese su interpretación de problemas específicos, generando así que construya un sentido del concepto.

El programa de estudio de secundaria contempla que el alumno dé solución a problemas en contexto de la vida real, que a la luz de las conexiones matemáticas se entiende como la *conexión de modelado*. En el extracto 6 es evidente que el alumno debe expresar algebraicamente las soluciones de problemas en contexto, lo que conlleva a construir un modelo matemático cuadrático para dar solución a este.

Conexiones matemáticas en nivel medio superior

Este nivel educativo está dividido en seis semestres (dos por grado) y el estudio de la ecuación cuadrática varía según el plan y programa de estudio que rige el subsistema del bachillerato. Sin embargo, el análisis a los documentos oficiales mostró que las conexiones matemáticas que se promueven en el nivel medio superior fueron *procedimentales*, *representaciones diferentes*, *característica*, *significado*, *parte-todo* y *modelado*. En seguida se describe lo que se encontró en cada programa de los subsistemas analizados.

Programa del Bachillerato Tecnológico.

La ecuación cuadrática se estudia en el primer semestre y, de acuerdo con el análisis de los contenidos, los aprendizajes y productos esperados, se pudieron identificar las conexiones matemáticas que se promueven: *características*, *procedimental*, *representaciones diferentes*, *modelado* y *significado* (Tabla 2).

Tabla 2

Conexiones matemáticas en el programa de Bachillerato Tecnológico

Extracto	Conexiones matemáticas identificadas
1. Ecuaciones cuadráticas en una variable y su relación con la función cuadrática. Interpretación geométrica y algebraica de las raíces. Tratamiento transversal con el tiro parabólico y los máximos y mínimos de una función cuadrática. ¿Cómo se interpreta la solución de una ecuación lineal y las soluciones de una ecuación cuadrática?	C P RD M S
2. Significa, grafica y expresa algebraicamente las soluciones de una ecuación	S RD P
3. Expresar las soluciones de ecuaciones cuadráticas	S
4. Simboliza y generaliza fenómenos lineales y fenómenos cuadráticos mediante el empleo de variables	C
5. Resolución de ecuaciones cuadráticas	P

Fuente: Construcción personal basada en SEP (2015).

En la Tabla 2 se muestra que en algunas de las orientaciones del programa de Bachillerato Tecnológico se promueve más de una tipología de conexión matemática. Por ejemplo, la frase “Interpretación geométrica y algebraica de las raíces” del extracto 1 permite favorecer las conexiones *procedimentales* y *representaciones diferentes*, ya que para tener ambas representaciones (geométrica-algebraica) es necesario el uso de reglas y algoritmos. Mientras que en la frase “significa, grafica y expresa algebraicamente las soluciones de una ecuación” del extracto 2 se perciben las conexiones matemáticas de *significado*, ya que los estudiantes tienen que atribuirle un significado a las soluciones de la ecuación; la de *representaciones diferentes*, por el hecho de trabajar

con la representación gráfica y algebraica, y la *procedimental*, por el trabajo algorítmico y las reglas que empleará el estudiante en este proceso.

De esta manera, la conexión matemática *característica* se promueve cuando el programa de estudio señala que el estudiante relacione las ecuaciones cuadráticas con las funciones cuadráticas (extracto 1), pues para que esto ocurra se deben apreciar las propiedades o características de ambos conceptos matemáticos. Asimismo, cuando se demanda la simbolización de fenómenos cuadráticos (extracto 4) se requiere necesariamente identificar las propiedades y características que tiene el concepto.

La *conexión procedimental* se encontró en tres extractos: en el extracto 1, cuando se sugiere el trabajo con ecuaciones cuadráticas de una sola variable que conlleva al uso de algunos de los métodos de solución y cuando señala que el estudiante debe hacer una interpretación geométrica y algebraica de las raíces, puesto que son diferentes los métodos que debe utilizar el estudiante para lograr una interpretación de estos. En el extracto 2, para que el estudiante pueda significar, graficar y expresar las soluciones debe emplear un método de solución para obtener las respuestas que den solución a la ecuación cuadrática que les presenten. De manera similar, en el extracto 5, para dar soluciones a las ecuaciones cuadráticas se deben emplear técnicas o métodos, por ejemplo, completar el trinomio cuadrado perfecto o usar la fórmula general.

Para la conexión de *representaciones diferentes* se propone el tránsito entre dos representaciones diferentes para trabajar la ecuación cuadrática, la geométrica-algebraica, verbal-gráfica (extracto 1) y gráfica-algebraica (extracto 2). La conexión de *modelado* se promueve cuando se sugiere el tratamiento transversal de la ecuación cuadrática con el tiro parabólico (extracto 1), siendo este un fenómeno de la vida real, y que para obtener ese tratamiento se debe construir un modelo matemático para estudiarlo. La conexión de *significado* se identifica en los extractos cuando se sugiere que el estudiante construya una definición o le dé un sentido al concepto de ecuación cuadrática (extracto 1 y extracto 3) a partir su interpretación de las soluciones de una ecuación cuadrática.

Programa de la Dirección General de Bachillerato.

De acuerdo con el programa de este subsistema, el estudio de la ecuación cuadrática se desarrolla en el primer semestre. Las conexiones matemáticas que se identificaron fueron: *procedimental*, *significado*, *característica*, *representaciones diferentes* y *modelado*, tal como se muestra en la Tabla 3.

A pesar de que fue una cantidad pequeña de extractos donde se identificó el trabajo con las ecuaciones cuadráticas en el programa de la Dirección General de Bachillerato, se pudo encontrar una variedad de conexiones matemáticas. En ese sentido, la conexión matemática de tipo *procedimental* se identificó en los extractos 1, 3 y 4, donde se promueve el uso de algún método para la resolución de diversas ecuaciones

Tabla 3
Conexiones matemáticas del programa de la Dirección General de Bachillerato

Extracto	Conexiones matemáticas identificadas
1. Aplica métodos de solución en problemas que involucren ecuaciones de segundo grado valorando su uso en situaciones de la vida cotidiana	P S
2. Describe las características de las ecuaciones cuadráticas y sus métodos de solución Argumenta la solución obtenida para la toma de decisiones	C RD S
3. Propone soluciones de manera colaborativa a ecuaciones cuadráticas, interpretando el resultado en el contexto del problema	P S
4. Construye e interpreta modelos matemáticos mediante la aplicación de procedimientos Explica la solución de ecuaciones cuadráticas para la toma de decisiones, valorando su uso en las problemáticas del entorno	P S M

Fuente: Construcción personal basada en SEP (2017c).

cuadráticas. Por otro lado, considerando todos los extractos que se muestran en la Tabla 3, se puede deducir que todo el contenido propuesto para el estudio de este concepto contribuye al desarrollo de la conexión de *significado*, ya que se espera que el estudiante le otorgue sentido a la ecuación cuadrática en diversos escenarios, por ejemplo: en situaciones de la vida cotidiana (extracto 1); al destacar que argumente y explique su solución (extracto 2 y 4), y al plantear que interprete su resultado en el contexto del problema, además de que construya por sí mismo la definición del concepto de ecuación cuadrática (extracto 3).

La *conexión característica* se infirió de manera directa del extracto 2, pues establece que el estudiante describa las características de la ecuación cuadrática, lo que lleva a que las conozca y las identifique. La conexión *representaciones diferentes* se promueve cuando se trabaja con los métodos de solución, en los cuales se puede apreciar la transformación de una ecuación cuadrática dentro de la misma representación algebraica o el cambio de una representación algebraica a una representación gráfica. La conexión matemática de tipo *modelado* fue identificada en el extracto 4, ya que se espera que el estudiante valore el uso de la ecuación cuadrática en problemáticas de su entorno, es decir, que a través de un modelo matemático dé solución a cualquier problema del entorno que se relacione con el concepto en cuestión.

Programa de la Universidad Autónoma de Guerrero (UAGro).

El análisis del programa de la UAGro permitió identificar que el estudio de la ecuación cuadrática se sugiere en el segundo semestre y las conexiones matemáticas que se promueven son: *significado, procedimental, modelado, representaciones diferentes, característica y parte-todo* (Tabla 4).

Tabla 4

Conexiones matemáticas en el programa de la UAGro

Extracto	Conexiones matemáticas identificadas
1. A través de situaciones didácticas diseñadas por el profesor, el estudiante desarrolla habilidades del pensamiento, comunicación y transferencia hacia contextos matemáticos y extramatemáticos a través de procesos de apropiación y aplicación de contenidos fundamentales de las ecuaciones, funciones e inecuaciones de segundo grado incompletas y completas, que le permitirán usarlas en la resolución de problemas vinculados con su comunidad y su región	S P M
2. Se espera que al finalizar la unidad el estudiante sea capaz de resolver problemas verbales y algebraicos de diversos tipos, relacionados con expresiones cuadráticas incompletas; establecer una secuencia lógica en el análisis de los diferentes procesos algebraicos concernientes a las expresiones cuadráticas incompletas	P RD C
3. Distingue las particularidades de una ecuación, una inecuación y una función de segundo grado	C
4. Argumenta la solución obtenida de un problema, con métodos numéricos, gráficos y analíticos, mediante el lenguaje verbal y matemático	S P RD
5. Caracteriza expresiones incompletas y completas de 2º grado Traduce un problema del lenguaje coloquial al lenguaje algebraico Construye expresiones incompletas y completas de 2º grado que representan fenómenos descritos en lenguaje común	C RD M
6. Ubica en el modelo algebraico las magnitudes que intervienen en el fenómeno Distingue las partes de un problema que corresponden a las variables y constantes	S C
7. Reglas de las operaciones algebraicas: <ul style="list-style-type: none"> • Factorización • Completar el cuadrado perfecto • Fórmula general. Análisis del discriminante, escritura de los números complejos 	P C
8. Transforma las expresiones aplicando las reglas de las operaciones algebraicas Utiliza el método de completar el cuadrado perfecto cuando el de factorización no es posible Encuentra y utiliza la fórmula general para resolver ecuaciones cuadráticas completas	RD P PT

Fuente: Construcción personal basada de UAGro (2010).

La Tabla 4 muestra las conexiones matemáticas que se encontraron en diversos extractos del programa de la UAGro. A diferencia del programa de la Dirección General de Bachillerato y del Bachillerato Tecnológico, se pudo observar que el programa está más detallado en cuanto al contenido matemático. Esto permitió identificar la conexión matemática *parte-todo* que no se pudo inferir en los otros programas de estudio.

La conexión matemática de *significado* se promueve al indicar que el estudiante debe desarrollar las habilidades del pensamiento, comunicación y transferencia, mediante procesos de apropiación del concepto de ecuación cuadrática (extracto 1); también cuando se solicita argumentar su solución, provocando que le dé sentido a este concepto (extracto 4). Asimismo, en el extracto 6 se puede identificar esta conexión

matemática cuando se puntualiza que, dado un modelo matemático que describa un fenómeno cuadrático, el estudiante debe ubicar las magnitudes del fenómeno que corresponde a la ecuación cuadrática, de esta manera se construirá una definición y se le atribuirá un sentido a este concepto.

La conexión matemática de tipo *procedimental* se identificó en cinco extractos del programa de la UAGro. En los extractos 1 y 2 se hace referencia a la resolución de problemas cuadráticos, por lo que el estudiante debe emplear algoritmos, métodos o técnicas que permitan llegar a un resultado. En los extractos 4 y 7 se destaca que el estudiante debe desarrollar los métodos numéricos y gráficos, así como las reglas de operaciones algebraicas (algoritmos) de factorización, completar el cuadrado perfecto y la fórmula general para dar resolución a la ecuación cuadrática. Además, el extracto 8 puntualiza que, a través de procedimientos, el estudiante debe encontrar la fórmula general y posteriormente utilizarla como método de solución.

En el extracto 1 se identifica la conexión matemática de *modelado* al establecer que el estudiante use las ecuaciones cuadráticas para resolver problemas que estén vinculados con su comunidad y su región. Esto se reafirma en el extracto 5, donde se indica que se debe construir un modelo matemático que permita describir o representar fenómenos cuadráticos. Ambos extractos tienen la intención de vincular problemas en contextos de la vida real con un modelo matemático que permita estudiar la ecuación cuadrática.

La conexión matemática de tipo *característica* se identificó en distintos momentos. Primero, al indicar que el análisis de los métodos algebraicos llevará al estudiante a apreciar las características o propiedades que tiene cada método de solución (extracto 2) y de esta manera poder elegir el más adecuado según el tipo de ecuación cuadrática que se le presente. En seguida se plantea que el estudiante debe distinguir una ecuación, una inecuación y una función cuadrática (extracto 3), y para ello debe apreciar las características y propiedades que tiene de cada uno de estos conceptos. De igual manera se demanda conocer las características y propiedades de ecuaciones cuadráticas incompletas mixtas y puras (extracto 5). El extracto 6 indica que el estudiante debe distinguir las partes de un problema relacionado con la ecuación cuadrática, esto es, conocer las características del concepto para localizarlas en el problema o por medio del problema identificar esas características. Por su parte, el extracto 7 también se asocia a esta tipología de conexión matemática, pues al conocer y desarrollar las diferentes reglas de operaciones algebraicas se tiene que reconocer, por un lado, las características que deben tener las ecuaciones cuadráticas para emplear alguna de ellas y, por otro lado, las características que pertenecen directamente a cada una de estas reglas.

La conexión de *representaciones diferentes* se presenta en dos formas: la primera, en la transformación de la ecuación cuadrática en representaciones diferentes (verbal-algebraico, algebraico-gráfico, gráfico-verbal), y la segunda es una transición de una representación del concepto dentro de un mismo registro (algebraico-algebraico). El

primer caso se infiere de los extractos 2, 4 y 5, donde se indica el cambio de representación verbal o lenguaje coloquial a representación algebraica, además, en el extracto 4 se promueve el trabajo con las representaciones numéricas y gráficas a través de los métodos de solución. El segundo caso se aprecia en el extracto 8, al mencionar la transformación de las ecuaciones algebraicas que se obtienen al aplicar algún método de solución, es decir, de una ecuación cuadrática completa se pueden obtener dos binomios que, por un lado, representen esa ecuación en otra representación algebraica diferente y, por otro lado, permita llegar a las soluciones de esta.

Por último, la conexión *parte-todo* se identifica en el extracto 8, pues se indica que el estudiante encuentre la fórmula general que se puede obtener usando el método de completar el cuadrado para una ecuación cuadrática completa o a partir de su forma general, de aquí se aprecia que la fórmula general es el todo, mientras que la parte será cuando se emplee para valores específicos de los parámetros a , b y c (coeficientes de los términos de una ecuación cuadrática). Además, esto promueve alcanzar la generalización que contempla esta tipología de conexión matemática.

DISCUSIÓN Y CONCLUSIÓN

El análisis de contenido permitió identificar las conexiones matemáticas que se promueven en los planes y programas de estudio de nivel secundaria y media superior. En general, estas fueron de tipo *procedimental*, *representaciones diferentes*, *modelado*, *significado*, *parte-todo* y *característica*. La conexión matemática de tipo *procedimental* es la que más se promueve en ambos niveles educativos, lo que le ayuda al estudiante a ejercitar los algoritmos y fórmulas que están inmersas en la ecuación cuadrática; seguido de *representaciones diferentes*, permitiendo reconocer a dicho concepto en diversos registros, como algebraico, geométrico, gráfico, verbal, entre otros. Estos resultados son similares a los que profesores estadounidenses dicen hacer referencia al hablar sobre el tratamiento de la ecuación cuadrática y funciones cuadráticas (Businskas, 2008). Asimismo son las que alcanzan mayor frecuencia cuando los estudiantes de bachillerato resuelven tareas matemáticas o de aplicación (García-García y Dolores-Flores, 2018, 2021a, 2021b; Campo-Meneses y García-García, 2021).

Si bien se identificaron prácticamente las mismas conexiones matemáticas en los planes y programas de estudio de ambos niveles educativos, estas son promovidas de diferentes maneras. Así, en secundaria los estudiantes tienen un primer acercamiento con el concepto de ecuación cuadrática, por lo que deben enfocarse en distinguir las *características* de una ecuación cuadrática completa, incluyendo los métodos de solución y el discriminante; mientras que en el nivel medio superior se espera que el estudiante identifique las características para cada tipo de ecuación (completa e incompleta) y pueda deducir los métodos de solución; en ambos niveles se contempla que distingan una ecuación de una función. Sin embargo, es necesario indagar cómo es que esto

se desarrolla en el aula y cómo es que se presenta en los libros de texto, ya que, de acuerdo con diversos estudios, este es uno de los principales errores que cometen los estudiantes (Didis, 2018; Didis y Erbas, 2015; Vaiyavutjamai y Clements, 2006). Para lograr con éxito esta relación entre ecuación y función cuadrática, cobra importancia formar el conocimiento a través de las conexiones matemáticas a fin de que sea evidente su relación. Por otro lado, en la secundaria se demanda que los estudiantes le den *significado* a la ecuación cuadrática a través del discriminante, mientras que en el nivel medio superior deben de comprender el concepto a través de los métodos de solución, pues deben interpretar y argumentar lo que hacen.

Referente a la conexión matemática *parte-todo*, en el nivel secundaria solo se reconocen los parámetros de la ecuación cuadrática completa, mientras que en el bachillerato (particularmente en el programa de la UAGro, que es donde se identificó) el estudiante debe construir la fórmula general través del método de completar el cuadrado. Para el caso de la conexión de *modelado*, ambos niveles educativos contemplan que el alumno vincule la matemática con su entorno a través de modelos matemáticos que den soluciones a problemas situados en la vida real. Esta conexión matemática cobra importancia en los planes y programas de estudio debido a que la transversalidad de contenidos es la base para formar significados de los diversos conceptos que se trabajan en el aula. Por ello consideramos que si el profesor partiera de las conexiones extramatemáticas en el aula de clases se estaría posibilitando el uso de otras intramatemáticas, como la de *implicación* o la *metafórica*, e incluso originar otras tipologías, lo cual permitiría dar un mayor sentido a los conceptos matemáticos trabajados. En nuestro caso, relacionar el concepto de ecuación cuadrática con conceptos de otras disciplinas o con situaciones reales llevará a los estudiantes a realizar procesos matemáticos y a desarrollar significados de este concepto.

De acuerdo con los resultados, si se desarrollaran todas las conexiones matemáticas que se identificaron en los programas de estudio de ambos niveles educativos, se evitaría que el estudiante solo memorice los algoritmos y métodos de solución de las ecuaciones cuadráticas de manera mecánica y sin darles algún significado. Esto es importante porque las conexiones matemáticas permiten ver las matemáticas de forma integrada y no como partes separadas, articulando el conocimiento de diversas disciplinas e identificando sus relaciones, posibilitando así mejorar su comprensión de este concepto (Dolores y García-García, 2017; García-García, 2019; García-García y Dolores-Flores, 2018, 2021a, 2021b;). Por ello se recomienda que las tareas trabajadas en el aula para desarrollar el concepto de ecuación cuadrática sean ricas en conexiones matemáticas, logrando de esta manera, por un lado, promoverlas en el aula de clases y, por el otro, mejorar la comprensión matemática de los estudiantes.

Sin embargo, para lograr la comprensión del concepto es importante identificar la forma en cómo lo promueve el profesor en sus planeaciones didácticas y en el aula de clases. En ese sentido, consideramos que promover las conexiones matemáticas exige

compromiso por parte de los profesores de matemáticas para cambiar su práctica y hacerlas explícitas en el aula (García-García, 2019).

Entre las implicaciones para la enseñanza-aprendizaje que se derivan de los resultados de esta investigación consideramos importante destacar el papel de la conexión matemática de modelado identificada en los planes y programas de estudio analizados. Creemos que si el profesor plantea situaciones de la vida cotidiana y permite que los estudiantes, de forma colaborativa, discutan, reflexionen y las resuelvan construyendo y utilizando diversos modelos matemáticos, además de que comuniquen sus resultados a sus pares, ayudará a estos a desarrollar la habilidad de utilizar conexiones tanto extra como intramatemáticas. Entre las ventajas que tendría esto es que se alcanzaría a trabajar diversos conceptos matemáticos y extramatemáticos a partir de una sola situación, lo que ayudaría a motivar a los estudiantes, pues le encontrarían sentido a la matemática escolar.

Finalmente, esta investigación permitió extender el uso del marco de referencia para estudiar conexiones matemáticas propuesto en García-García (2019) y en García-García y Dolores-Flores (2018, 2021a, 2021b) al análisis de documentos oficiales. Sin embargo, es importante resaltar que una de las limitaciones de estudio es que no podemos asegurar que las conexiones matemáticas que fueron encontradas en los planes y programas de estudio de secundaria y bachillerato son las que promueve el profesor en el aula de clases y por consecuente las que aprende y luego establece el estudiante al resolver tareas matemáticas, debido a que se apreció una insuficiencia de información sobre cómo deberían tratarlo en el aula, lo cual da libertad al docente de interpretarlo y abordarlo según su propio criterio.

Por esta razón, en investigaciones futuras es importante:

- Conocer la relación entre las conexiones matemáticas que se plantean en los programas de estudio y los que realmente promueve el profesor, los estudiantes y/o futuros profesores.
- Identificar las conexiones matemáticas que promueven los libros de textos de distintos niveles educativos.
- Realizar diseños de actividades para fomentar la habilidad de establecer conexiones matemáticas para el concepto de “ecuación cuadrática”.
- Plantear tareas matemáticas que considere la ecuación cuadrática para identificar las conexiones matemáticas que establecen profesores, estudiantes o futuros profesores.

REFERENCIAS

- Aguilar, S., y Barroso, O. (2015). La triangulación de datos como estrategia en investigación educativa. *Pixel-bit. Revista de Medios y Educación*, (47), 73-88. <https://www.redalyc.org/pdf/368/36841180005.pdf>
- Bardin, L. (1997). *Análise de conteúdo*. Edições 70. <https://ia802902.us.archive.org/8/items/bardin-laurence-analise-de-conteudo/bardin-laurence-analise-de-conteudo.pdf>

- Begg, A. (2001). Ethnomathematics: Why, and what else? *ZDM – The International Journal on Mathematics Education*, 33(3), 71-74. <https://subs.emis.de/journals/ZDM/zdm013a2.pdf>
- Bingölbali, E., y Coskun, M. (2016). A proposed conceptual framework for enhancing the use of making connections skill in mathematics teaching. *Eğitim ve Bilim*, 41(183), 233-249. <https://doi.org/10.15390/EB.2016.4764>
- Businskas, A. M. (2008). *Conversations about connections: How secondary mathematics teachers conceptualize and contend with mathematical connections* [Tesis de Doctorado no publicada]. Simon Fraser University.
- Campo-Meneses, K. G., y García-García, J. (2021). La comprensión de las funciones exponencial y logarítmica: una mirada desde las conexiones matemáticas y el enfoque ontosemiótico. *PNA*, 16(1), 25-56. <https://doi.org/10.30827/pna.v16i1.15817>
- Carraher, D., y Schliemann, A. D. (2014). Early algebra teaching and learning. En S. Lerman (ed.), *Encyclopedia of Mathematics education* (pp. 249-252). Springer.
- De Gamboa, G., y Figueiras, L. (2014). Conexiones en el conocimiento matemático del profesor: propuesta de un modelo de análisis. En M. T. González, M. Codes, D. Arnau y T. Ortega (eds.), *Investigación en educación matemática XVIII* (pp. 337-344). SEIEM.
- Didis, M. (2018). Secondary school students' conception of quadratic equations with one unknown. *International Journal for Mathematics Teaching and Learning*, 19(1), 112-129. <https://www.cimt.org.uk/ijmtl/index.php/IJMTL/article/view/94>
- Didis, M. G., y Erbas, A. K. (2015). Performance and difficulties of students in formulating and solving quadratic equations with one unknown. *Educational Sciences: Theory and Practice*, 15(4), 1137-1150. <https://files.eric.ed.gov/fulltext/EJ1100800.pdf>
- DGB (2017). *Programa de estudios primer semestre 2017. Matemáticas I*. <https://www.dgb.sep.gob.mx/informacion-academica/programas-de-estudio.php>
- Dolores, C., y García-García, J. (2017). Conexiones intramatemáticas y extramatemáticas que se producen al resolver problemas de cálculo en contexto: Un estudio de casos en el nivel superior. *Bolema: Boletim de Educação Matemática*, 31(57), 158-180. <https://www.scielo.br/pdf/bolema/v31n57/0103-636X-bolema-31-57-0158.pdf>
- Dolores-Flores, C., Rivera-López, M., y García-García, J. (2019). Exploring mathematical connections of pre-university students through tasks involving rates of change. *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology*, 50(3), 369-389. <https://doi.org/10.1080/0020739X.2018.1507050>
- Eli, J., Mohr-Schroeder, M., y Lee, C. (2011). Exploring mathematical connections of prospective middle-grades teachers through card-sorting tasks. *Mathematics Education Research Journal*, 23, 297-319. <https://doi.org/10.1007/s13394-011-0017-0>
- Evitts, T. A. (2004). *Investigating the mathematical connections that preservice teachers use and develop while solving problems from reform curricula* [Tesis de Doctorado no publicada]. Pennsylvania State University College of Education.
- Garbín, S. (2005). ¿Cómo piensan los alumnos entre 16 y 20 años el infinito? La influencia de los modelos, las representaciones y los lenguajes matemáticos. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa*, 8(2), 169-193. <https://www.redalyc.org/pdf/335/33580205.pdf>
- García-García, J. (2018). *Conexiones matemáticas y concepciones alternativas asociadas a la derivada y a la integral en estudiantes del preuniversitario* [Tesis de Doctorado no publicada]. Universidad Autónoma de Guerrero.
- García-García, J. (2019). Escenarios de exploración de conexiones matemáticas. *Números*, 100, 129-133. http://www.sinewton.org/numeros/numeros/100/Articulos_24.pdf
- García-García, J., y Dolores-Flores, C. (2018). Intramathematical connections made by high school students in performing Calculus tasks. *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology*, 49(2), 227-252. <https://doi.org/10.1080/0020739X.2017.1355994>
- García-García, J., y Dolores-Flores, C. (2021a). Pre-university students' mathematical connections when sketching the graph of derivative and antiderivative functions. *Mathematics Education Research Journal*, 33, 1-22. <https://doi.org/10.1007/s13394-019-00286-x>
- García-García, J., y Dolores-Flores, C. (2021b). Exploring pre-university students' mathematical connections when solving Calculus application problems. *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology*, 52(6), 912-936. <https://doi.org/10.1080/0020739X.2020.1729429>

- Güner, P. (2017). High school students' achievement of solving quadratic equations. *Bartın University Journal of Faculty Education*, 6(2), 447-467. <https://doi.org/10.14686/buefad.277494>
- Hausberger, T. (2020). Abstract algebra teaching and learning. En S. Lerman (ed.), *Encyclopedia of Mathematics education* (pp. 5-9). Springer.
- Karakoç, G., y Alacacý, C. (2015). Real world connections in high school mathematics curriculum and teaching. *Turkish Journal of Computer and Mathematics Education*, 6(1), 31-46. <https://doi.org/10.16949/turcomat.76099>
- Kieran, C. (2018). Algebra teaching and learning. En S. Lerman (ed.), *Encyclopedia of Mathematics education* (pp. 36-44). Springer.
- Kotsopoulos, D. (2007). Unravelling student challenges with quadratics: A cognitive approach. *Australian Mathematics Teacher*, 63(2), 19-24. <https://files.eric.ed.gov/fulltext/EJ769977.pdf>
- López, J., Robles, I., y Martínez-Planell, R. (2016). Students' understanding of quadratic equations. *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology*, 47(4), 552-572. <https://doi.org/10.1080/0020739X.2015.1119895>
- McCarthy, J. (2020). Solving quadratic equations activity and revisions. *Ohio Journal of School Mathematics*, 84(1), 71-90. <https://library.osu.edu/ojs/index.php/OJSM/article/view/6997/5549>
- NCTM [Consejo Nacional de Profesores de Matemáticas] (2014). *Principles to action: Ensuring mathematical success for all*. National Council of Teachers of Mathematics.
- Özgen, K. (2013). Problem çözme bağlamında matematiksel ilişkilendirme becerisi: öğretmen adayları örneği. *NWSA-Education Sciences*, 8(3), 323-345. <https://dergi-park.org.tr/tr/download/article-file/185390>
- Presmeg, N. (2006). Semiotics and the “connections” standard: significance of semiotics for teachers of mathematics. *Educational Studies in Mathematics*, (61), 163-182.
- SEP [Secretaría de Educación Pública] (2015). *Telebachillerato Comunitario 2015. Matemáticas I*. <https://www.dgb.sep.gob.mx/servicios-educativos/telebachillerato/LIBROS/1-semester-2016/Matematicas-I.pdf>
- SEP (2017a). *Plan y programa de estudio para la educación básica 2017*. <https://www.planyprogramasdestudio.sep.gob.mx/>
- SEP (2017b). *Plan y programas de estudio, orientaciones didácticas y sugerencias de evaluación, 2017. Matemáticas. Educación secundaria*. <https://www.planyprogramasdestudio.sep.gob.mx/descargables/biblioteca/secundaria/mate/1-LPM-sec-Matematicas.pdf>
- SEP (2017c). *Programa de estudios del componente básico del marco curricular común de la educación media superior 2017. Álgebra*. http://www.sems.gob.mx/work/models/sems/Resource/12615/5/images/BT_Algebra.pdf
- Steketee, S., y Scher, D. (2016). Connecting functions in geometry and algebra. *Mathematics Teacher*, 109(6), 448-455. <https://doi.org/10.5951/mathteacher.109.6.0448>
- UAGro [Universidad Autónoma de Guerrero] (2010). *Plan de estudios por competencias 2010. Matemáticas II*. https://www.academia.edu/8276396/Plan_de_Estudios_por_Competencias_EMS_UAGro
- Vaiyavutjamai, P., y Clements, M. A. (2006). Effects of classroom instruction on students' understanding of quadratic equations. *Mathematics Education Research Journal*, 18(1), 47-77. <https://doi.org/10.1007/BF03217429>

Cómo citar este artículo:

García-García, J., Hernández-Yañez, M. E., y Rivera López, M. I. (2022). Conexiones matemáticas promovidas en los planes y programas de estudio mexicanos de nivel secundaria y media superior sobre el concepto de ecuación cuadrática. *IE Revista de Investigación Educativa de la REDIECH*, 13, e1485. https://doi.org/10.33010/ie_riediech.v13i0.1485



Todos los contenidos de *IE Revista de Investigación Educativa de la REDIECH* se publican bajo una licencia de Creative Commons Reconocimiento-NoComercial 4.0 Internacional, y pueden ser usados gratuitamente para fines no comerciales, dando los créditos a los autores y a la revista, como lo establece la licencia.